

- Cours en ligne
- Cours presentiels

 **MATHS**

 **PC**

 **SVT**

La science autrement...



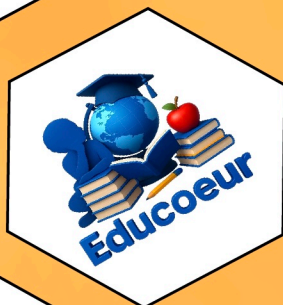
Nos programmes:

Niveaux : Moyen/Secondaire



Programme Wolof

Apprentissage avec des cours
exclusivement en Wolof



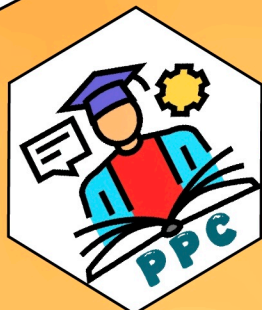
Programme Social

Prise en charge d'élèves avec
des problèmes de moyens



Tous les élèves

Renforcement de capacité
en ligne



Prépa Concours

Préparation des concours comme :
ESP - EMS - ENSA - IPSL
ISFAR ENSAE



77 106 98 79

77 575 04 18



Exercice 1 (06 points)

1°/ Soit dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E_1) : 2z^2 + 3\bar{z}^2 = -15 - 4i$.

a/ Montrer que l'équation (E_1) équivaut à $(E_2) : 2\bar{z}^2 + 3z^2 = -15 + 4i$.

0.5

b/ En utilisant (E_1) et (E_2) montrer que : $z^2 + \bar{z}^2 = -6$ et $z^2 - \bar{z}^2 = 8i$.

0.5

c/ Montrer alors que : $z^2 = -3 + 4i$. En déduire les solutions de (E_1) .

1

2°/ Le plan complexe $\mathcal{P}$ étant muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{u}; \vec{v})$ on donne les points $A(1 + 2i)$;

$B(-1 - 2i)$ et $C(-2 + i)$.

a/ Placer ces points dans le repère.

0.5

b/ Déterminer l'écriture algébrique du complexe $Z = \frac{z_C - z_A}{z_C - z_B}$. Déduire alors la nature du triangle BAC .

0.75

3°/ Déterminer et construire l'ensemble $\mathcal{E} = \left\{ M(z) \in \mathcal{P} / \arg \left[(\sqrt{3} - i)^2 \left(\frac{z+1+2i}{z-1-2i} \right) \right] = \frac{\pi}{6} + k\pi \right\}, k \in \mathbb{Z}$.

0.75

4°/ Soit S la similitude dans $\mathcal{P}$ qui laisse invariant C et transforme B en A .

a/ Démontrer que l'écriture complexe de S est : $z' = iz - 1 + 3i$.

0.5

b/ Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de S .

0.5

5°/ a/ Déterminer l'écriture complexe de l'homothétie h de centre $\Omega(i)$ et de rapport $k = 2$.

0.5

b/ Déterminer une équation cartésienne de $(\mathcal{D})$ image par $S \circ h$ de la droite $(A\Omega)$.

0.5

Exercice 2 (04 points)

On considère les suites (a_n) , (b_n) et (z_n) définies par : $\begin{cases} a_0 = 4 \\ b_0 = 0 \end{cases} ; \begin{cases} a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n - \frac{1}{4}b_n \\ b_{n+1} = a_n + \frac{1}{2}b_n \end{cases}$ et $z_n = a_n + \frac{i}{2}b_n$

1°/ Calculer z_0 , z_1 et z_2 .

0.75

2°/ a/ Démontrer que (z_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$.

0.75

b/ Montrer alors que pour tout entier naturel n : $z_n = 4 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^n e^{i \frac{n\pi}{4}}$.

0.5

3°/ Démontrer par récurrence l'égalité de la question 2°/b/.

0.5

4°/ Déduire de ce qui précède les expressions de a_n et b_n en fonction de n .

1

5°/ Déterminer le plus petit entier non nul tel que z_n soit un réel strictement positif.

0.5

Problème (10 points)

Partie A

Soit f la fonction définie sur $[1; +\infty[$ par : $f(x) = 1 + \ln x - e^{1-x}$

1°/ Dresser le tableau de variations de f .

1

2°/ En déduire que $\forall x \in [1; +\infty[; f(x) \geq 0$.

0.5

Partie B

On considère la fonction numérique g d'une variable réelle x définie par :
$$\begin{cases} g(x) = x + \ln(2-x) & \text{si } x < 1 \\ g(x) = e^{1-x} + x \ln x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

1°/a/ Prouver que le domaine de définition D_g de g est $\mathbb{R}$ et calculer les limites de g aux bornes de D_g .

1

b/ Etudier la nature des branches infinies de (C_g) .

1

2°/ Etudier la dérivabilité de g en 1. Interpréter géométriquement les résultats obtenus.

1

3°/a/ Démontrer que g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et que :
$$\begin{cases} g'(x) = \frac{1-x}{2-x} & \text{si } x < 1 \\ g'(x) = f(x) & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

0.5

b/ Dresser le tableau de variations de g .

0.5

c/ Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $[-2; -1]$ une unique solution α .

0.5

d/ Démontrer que g admet une bijection réciproque g^{-1} dont on dressera le tableau de variations.

0.5

4°/a/ Résoudre dans $]-\infty; 1[$ l'équation $g(x) = x$.

0.5

b/ Montrer que l'équation $g(x) = x$ admet une unique solution β dans $[2; 3]$.

0.5

5°/ Dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité graphique 2 cm, construire les courbes (C_g) et $(C_{g^{-1}})$.

1.5

Partie C

1°/ En intégrant par parties, calculer l'intégrale $I = \int_1^e x \ln x \, dx$.

0.5

2°/ En déduire l'aire $\mathcal{A}$ en cm^2 du domaine $\mathcal{D}$ du plan délimité par (C_g) , l'axe des abscisses et les droites d'équations

$x = 1$ et $x = e$.

0.5

REFLEXION FECONDE