- Cours en ligne
- Cours presentiels

MATHS

PC

SVT

La science autrement...

ELITE Science

MATHS

Nos programmes:

Niveaux : Moyen/Secondaire

Programme Wolof

JANGOO

Apprentissage avec des cours exclusivement en Wolof

Programme Social

Educoeur

Prise en charge d'éléves avec des problèmes de moyens

Tous les élèves

R.E.L

Renforcement de capacité en ligne

Prépa Concours

PPC

Préparation des concours comme :
ESP - EMS - ENSA - IPSL
ISFAR ENSAE

77 106 98 79
77 575 04 18

INSPECTION D'ACADEMIE DE DAKAR
COMPOSITION DU PREMIER SEMESTRE ANNEE 2025

Discipline : **MATHEMATIQUES TS2** Durée : **4H**

EXERCICE 1 : 5 points

Pour chaque item, une seule des trois réponses est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse. Chaque réponse trouvée rapporte 0, 5 point et la justification 0, 5 point.

1. La primitive sur ℝ de la fonction $f: x \mapsto \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ qui s'annule en 0 est :

   a/ $F(x) = \sqrt{x^2 + x}$ b/ $F(x) = 2 - 2\sqrt{x^2+1}$ c/ $F(x) = \sqrt{x^2+1} - 1$

2. Une écriture trigonométrique du nombre complexe $z = \left(-\sqrt{3} + i\right)^3$ est :

   a/ $z = 8\left[cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + isin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right]$ b/ $z = 8\left[cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + isin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right]$

   c/ $z = 8\left[cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + isin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right]$

3. Si z est un nombre complexe d'argument $\frac{\pi}{3}$, alors $\left(\sqrt{3} + i\right)^2 \bar{z}$ a pour argument :

   a/ π b/ $\frac{\pi}{2}$ c/ 0

4. Si P et Q sont deux points distincts d'affixes respectives $2i$ et $1 - i$ alors l'ensemble des points M d'affixe z différente de $1 - i$ tels que $\left|\frac{z-2i}{z-1+i}\right| = 1$ est

   a/ La droite (PQ) b/ Le cercle de diamètre $[PQ]$ c/ La médiatrice du segment $[PQ]$

5. La limite en 0 de $f(x) = \frac{x\,tanx}{1-cosx}$ est égale à :

   a/ -2 b/ $\frac{1}{2}$ c/ 2

EXERCICE 2 : 5 points

1. Montrer que le complexe $\delta = 6 - 4i$ est une solution de l'équation : $z^2 = 20 - 48i$ **0,5pt**

2. Considérons les polynômes complexes P et Q définis par :

$$P(z) = z^3 - (4-3i)z^2 - z - 36 - 3i \qquad \text{et} \qquad Q(z) = z^2 - 4z - 1 + 12i$$

   a/ Résoudre dans ℂ l'équation : $Q(z) = 0$. **0,5 pt**

   b/ Calculer $P(-3i)$ puis vérifier que $P(z) = (z + 3i)Q(z)$ **1 pt**

   c/ Déduire des questions précédentes les solutions dans ℂ de l'équation : $P(z) = 0$ **0,5 pt**

3. Le plan étant muni d'un repère orthonormal , on donne les points $A(5 - 2i)$; $B(-1 + 2i)$; $C(-3i)$ et $D(3 + 8i)$.

a/ Déterminer l'écriture algébrique du complexe $= \frac{z_C - z_A}{z_C - z_B}$. En déduire la nature du triangle ABC . **1 pt**

b/ En justifiant , déterminer la nature du quadrilatère $ADBC$. **0,5 pt**

4. A tout complexe $z \neq -3i$, on associe le complexe z' tel que $z' = \frac{z+1-2i}{iz-3}$. On désigne par M le point d'affixe z .

a/ Vérifier que $z' = -i\left(\frac{z+1-2i}{z+3i}\right)$. Démontrer alors que

$\arg(z') = -\frac{\pi}{2} + \left(\overrightarrow{CM} ; \overrightarrow{BM}\right)$. **0,5 pt**

b/ Déterminer et construire l'ensemble $(\mathcal{E})$ des points $M(z)$ tel que $\arg(z') = k\pi$, k étant un entier relatif . **0,5 pt**

PROBLEME : 10 points

PARTIE A : 2,5 points

Soit u la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = x^3 + 3x - 1$,

a) Dresser le tableau de variation de u. **0,5pt**

b) Montrer que l'équation $u(x) = 1$ admet une solution unique α et que $0 < \alpha < 1$. **1pt**

c) Donner un encadrement de α à 10^{-1} prés. **0,5 pt**

d) En déduire le signe de u(x) – 1 sur $\mathbb{R}$. **0,5pt**

PARTIE B : 7,5 points

Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x) = \dfrac{2(x^3+1)}{x^2+1} \; si \; x < 1 \\ f(x) = 1 + \sqrt{2x-1} \; si \; x \geq 1 \end{cases}$

On désigne par *(Cf)* la courbe de f dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 2 cm.

1) Monter que f est définie sur $\mathbb{R}$. **0,5pt**

2) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 1. **1pt**

3) Ecrire une équation de la tangente *(T)* à *(Cf)* au point $A(1,2)$. **0,25pt**

4) Etudier la position relative de *(Cf)* par rapport à *(T)*. **0,25pt**

5) a) Montrer que pour tout $x \in]-\infty;1[$, $f'(x) = \dfrac{2x[u(x)-1]}{(x^2+1)^2}$. **0,5pt**

b) Calculer $f'(x)$ pour $x \in [1, +\infty[$. **0,5pt**

c) Etudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$ **1pt**

d) Dresser le tableau de variation de *f*. **0,5pt**

6) a) Etudier les branches infinies de *(Cf)*. **1pt**

b) Tracer *(Cf)*. (On prendra $\alpha \approx 0,6$). **0,75pt**

7) Soit g la restriction de f sur $[1\,,+\infty[$.

a. Montrer que g réalise une bijection de $[1\,,+\infty[$ vers un intervalle J à déterminer. **0,25 pt**

b. Soit g^{-1} la bijection réciproque de g. Etudier la dérivabilité de g^{-1} et donner son sens de variations. **0,5 pt**

c. Tracer la courbe de g^{-1} dans le même repère. **0,5pt**