

- Cours en ligne
- Cours presentiels

 **MATHS**

 **PC**

 **SVT**

La science autrement...



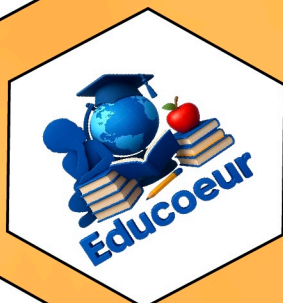
Nos programmes:

Niveaux : Moyen/Secondaire



Programme Wolof

Apprentissage avec des cours
exclusivement en Wolof



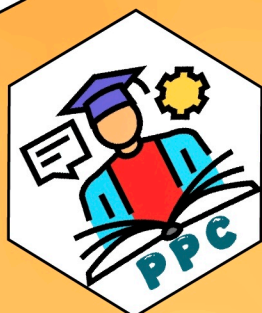
Programme Social

Prise en charge d'élèves avec
des problèmes de moyens



Tous les élèves

Renforcement de capacité
en ligne



Prépa Concours

Préparation des concours comme :
ESP - EMS - ENSA - IPSL
ISFAR ENSAE



77 106 98 79

77 575 04 18



Exercice 1

Donner la forme algébrique de chacun des nombres complexes suivants :

a) $z = (2 + i)(1 - i) - (3 - 2i)^2 + (5 - i)(5 + i)$; b) $z = 3i(2 + 8i) - 7(5 - 2i) + (1 + 2i)^2$;
c) $z = \frac{1}{3+2i}$; d) $z = \frac{1}{2-i\sqrt{3}}$; e) $z = \frac{5+7i}{1+i}$; f) $z = \frac{4-3i}{i}$

Exercice 2

Quel est le nombre complexe conjugué de chacun des nombres complexes suivants

a) $z = 2 + 4i$; b) $z = 1 - 5i$; c) $2i(4 - i)$; d) $z = (3 + i)(-5i + 3)$; e) $z = \frac{1}{2+i}$; f) $z = \frac{3-i}{6i-2}$; g) $z = 5$; h) $z = 6i$.

Exercice 3

Calculer le module de chacun des nombres complexes suivants

a) $z = 2 + 4i$; b) $z = 1 - 5i$; c) $-7 + i$; d) $z = -1 - 3i$; e) $z = -6i$;
f) $z = -8$; g) $z = (\sqrt{2} + i\sqrt{3} - \sqrt{3} + i\sqrt{5}) - 2 + i\sqrt{5}$; h) $z = \frac{1+i}{1-i}$; i) $z = \frac{(2-3i)(3+4i)}{(6+4i)(15-8i)}$

Exercice 4

Ecrire sous forme trigonométrique chacun des nombres complexes suivants:

$a = 1 + i$; $b = 1 - i\sqrt{3}$; $c = \sqrt{3} + i$; $d = i$;

Exercice 5

On donne $z = (1 + i)(1 - i\sqrt{3})$. Calculer z .

Écrire sous forme trigonométrique chacun des nombres complexes suivants :

(1) $z_1 = 1 + \sqrt{3} + i(1 - \sqrt{3})$; (2) $z_2 = \frac{1-i\sqrt{3}}{1-i}$

Exercice 6

On donne $z = \sqrt{3} + i$

a) Écrire z sous forme trigonométrique et exponentielle

b) En déduire z^{2013}

Exercice 7

1) Déterminer le module et un argument de $z_1 = \frac{\sqrt{6}+i\sqrt{2}}{2}$; $z_2 = 1 - i$; $z = \frac{z_1}{z_2}$

2) En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{7\pi}{12}$ et $\sin \frac{7\pi}{12}$

Exercice 8

On donne les deux nombres complexes définis par : $z_1 = -1 - i$; $z_2 = \frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$

1) Écrire $\frac{z_1}{z_2}$ sous forme algébrique

2) En déduire un module et un argument de $\frac{z_1}{z_2}$

3) Déduire des questions précédentes les valeurs exactes $\cos \frac{11\pi}{12}$ et $\sin \frac{11\pi}{12}$

Exercice 9

Le plan est muni d'un repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

À tout point m d'affixe $z = x + iy$, avec $z \neq \frac{1}{2}$, on associe le point M d'affixe $Z = \frac{z-2}{2z-1}$

1) Exprimer les coordonnées X et Y de M à l'aide des coordonnées x et y de m .

2) Déterminer l'ensemble des points m du plan tels que :

a) Z soit un réel.

b) Z soit un imaginaire pur

c) $|Z| = 1$

Exercice 10

Déterminer les racines carrées des nombres complexes suivants :

a) $Z = 7 + 24i$; b) $z = 6 - 6i\sqrt{3}$; c) $Z = 1 + i\sqrt{3}$; d) $z = -4i$

Exercice 11

On donne les nombres complexes z et u définis par : $z = -8\sqrt{3} + 8i$ et $u = \sqrt{6} - \sqrt{2} + i(\sqrt{6} + \sqrt{2})$.

1) Écrire le nombre complexe z sous forme trigonométrique.

Déterminer les racines carrées de z sous la forme trigonométrique.

2) Calculer u^2 .

Utiliser ce résultat pour exprimer les racines carrées de z sous leur forme algébrique.

En déduire la valeur exacte de $\cos \frac{5\pi}{12}$ et de $\sin \frac{5\pi}{12}$

Exercice 12

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - \bar{z} + 2 = 0$.

Exercice 13

Soit $z = 1 + i\sqrt{3}$ un nombre complexe.

1) Mettre z sous forme trigonométrique

2) Déduire les racines cubiques de z

Exercice 14

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^4 = 8\sqrt{2}(-1 + i)$.

Exercice 15

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

(1) $z^2 + 4 = 0$; (2) $z^2 - 5z + 9 = 0$; (3) $z^2 - z - 2 = 0$; (4) $z^2 - 6z + 9 = 0$; (5) $z^2 + iz + 1 + 3i = 0$;

Exercice 16

Soit l'équation (E) : $z^3 + (4 - 5i)z^2 + (8 - 20i)z - 40i = 0$

a) Montrer que (E) admet une solution imaginaire pure et la déterminer.

b) Montrer que (E) peut se mettre sous la forme : $(z - 5i)(z^2 + az + b)$; $a, c \in \mathbb{C}$.

c) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E)

Exercice 17

Soit P le polynôme défini par : $P(z) = z^3 - (11 + 2i)z^2 + 2(17 + 7i)z - 42$

1) Démontrer qu'il existe un nombre réel α solution de l'équation : $P(z) = 0$

2) Déterminer le polynôme Q tel que : $P(z) = (z - \alpha)Q(z)$.

3) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $P(z) = 0$.

Exercice 18

A, B, C, D étant des points d'affixes respectives : $\sqrt{3} + 2i$; $\sqrt{3} + i$; $-2i$; $1 - i$. Calculer $\arg(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$

Exercice 19

A, B, C étant des points d'affixes respectives $-1 - i$; $2 + 3i$; $-10 - 13i$. Démontrer que A, B et C sont alignés.

Exercice 20

A, B, C étant des points d'affixes respectives $-1 - i$; $4 + i$; $-2 + \frac{3}{2}i$. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.

Exercice 21

Dans le plan complexe à tout point M d'affixe Z , on associe le point M' d'affixe Z' définie par :

1) $Z' = Z + 1 + 2i$

2) $Z' = -3iZ + 2 - i$

Déterminer les éléments caractéristiques de la transformation f du plan qui, à tout point M d'affixe Z associe le point M' d'affixe Z' .

Exercice 22

Dans le plan complexe soit les points M et M' d'affixes Z et Z' respectivement tels que : $Z + Z' = 2$

1) Démontrer que le point M' est l'image du point M par la symétrie S de centre le point I d'affixe 1.

2) Soit r la rotation de centre O d'affixe 0 et d'angle $\frac{\pi}{2}$. Démontrer que $r \circ s$ est une rotation dont on précisera le centre et l'angle.

Exercice 23

Dans le plan complexe, on considère le point A d'affixe 2 et les transformations suivantes :

- h est l'homothétie de centre A et de rapport 2.

- r est la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$

- 1) Quelle est la nature des transformations $r \circ h$ et $h \circ r$? Pour chacune précisons les éléments géométriques.
- 2) Donner l'écriture analytique de $r \circ h$.

Exercice 24

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J) .

Soit α et β deux nombres réels ; $g_{\alpha, \beta}$ l'application de $\mathcal{G}$ dans $\mathcal{G}$ qui à tout M d'affixe $Z = x + iy$ associe le point M'

d'affixe $Z' = x' + iy'$ tel que $\begin{cases} x' = \alpha x - \beta y - \beta \\ y' = \beta x + \alpha y + \alpha + 1 \end{cases}$

- 1- Ecrire Z' sous la forme $Z' = aZ + b$ où a et b sont deux nombres complexes à déterminer en fonction de α et β .
- 2- On prend $\alpha = 0$ et $\beta = 1$. Précise la nature et les éléments caractéristiques de $g_{(0,1)}$.
- 3- Déterminer α et β pour que $g_{\alpha, \beta}$ soit une translation dont on déterminera son vecteur $\vec{u}$.
- 4- Déterminer α et β pour que $g_{\alpha, \beta}$ soit une similitude directe de rapport $\sqrt{2}$ d'angle $\frac{\pi}{4}$. Déterminer alors l'affixe de son centre

Exercice 25

a est un nombre réel quelconque. On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) :

$$z^3 - (ia + 2\sqrt{3})z^2 + (2ia\sqrt{3} + 4)z - 4ai = 0$$

- 1) Déterminer le nombre réel a pour que $-2i$ soit solution de l'équation (E).
- 2) Déterminer le polynôme complet Q de degré 2 tel que :
 $\forall z \in \mathbb{C}, z^3 + (2i - 2\sqrt{3})z^2 + (4 - 4i\sqrt{3})z + 8i = Q(z)(z - \sqrt{3} - i)$.
- 3) Résoudre l'équation (E). pour $a = -2$
- 4) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct (O, I, J) , on donne les points d'affixes respectives $:\sqrt{3} + i; -2i$ et $\sqrt{3} - i$.
 a) Représenter dans le repère (O, I, J) , les points N, M et Q (on prendra 2 cm pour l'unité)
 b) T représente le symétrique de M par rapport à (OJ)
 Démontrer que le triangle TMQ est rectangle en M.
 Démontrer que les points M, Q, N et T sont cocycliques.

Exercice 26

Le plan complexe est muni du repère orthonormé $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$

On considère l'équation : $\forall z \in \mathbb{C}, z^3 + (6 - 5i)z^2 + (1 - 20i)z - 14 - 5i = 0$

- 1-a) Vérifier que i est solution l'équation (E)
 b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 + (6 - 4i)z + 5 - 14i = 0$
 c) résoudre à partir des questions qui précèdent, l'équation (E)
- 2) On considère les points A, B et D d'affixes respectives $u = i, v = -2 + 3i$ et $t = -4 + i$
 a) Place les points A, B et D dans le repère..
 b) Écrire le nombre complexe $Z = \frac{u-v}{t-v}$ sous forme trigonométrique.
 c) En déduire que le triangle ABD est rectangle isocèle en B.
- 3) Soit S la similitude directe de centre A qui transforme D en B et B' est l'image de B par S.
 a) Justifier que le triangle ABB' est rectangle isocèle en B'.
 b) Déterminer l'écriture complexe de S.
 c) Calculer l'affixe de B'.

EXERCICES DE PERFECTIONNEMENT

Exercice 1

- 1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0$ (On pourra poser $Z = z + \frac{1}{z}$)
- 2) Démontrer que $\cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}$ est solution de l'équation (E)
- 3) En déduire la valeur exacte de $\cos \frac{2\pi}{5}$ et $\sin \frac{2\pi}{5}$

Exercice 2

On considère les points $A(i)$; $B(3 - i)$ et $C(1 + 2i)$

- 1) Place ces points dans le plan muni d'un repère orthonormé (unité 1 cm)

2) Déterminer et construire

- a) L'ensemble des points $M(z)$ tels que $|z - i| = 3$
- b) L'ensemble des points $M(z)$ tels que $|z - i| = |z - 3i|$
- c) L'ensemble des points $M(z)$ tels que $|z - 3 + i| = |z - 2 - 2i|$

Exercice 3

Soit $A(3 + i), B(2i), C(2 - 2i)$

- 1) placer les points A, B et C et démontrer que le triangle ABC est rectangle isocèle.
- 2) Déterminer l'abbre du point D tel que ABCD soit un parallélogramme. Placer le point D.
- 3) Déterminer l'abbre du point E, symétrique de A par rapport au milieu de $[AB]$.

Exercice 4

Soit $(oi, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan

Soit M un point du plan d'abbre Z et soit f l'application du plan dans lui-même qui à tout point M d'abbre Z associe un point M' d'abbre Z' définie par : $Z' = (1 - i)Z + 2 - i$

- 1) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f .
- 2) Quelle est l'image par f du cercle de centre O et de rayon 2 ?
- 3) Déterminer l'ensemble des points M d'abbre Z du plan tel que l'on ait : $|(1 - i)Z + 2 - i| = 2$

Exercice 5

Dans le plan complexe muni du repère (O, I, J) , les points ont pour abbrés respectivement $\sqrt{3} + i$ et $-\sqrt{3} + i$. On

désigne par S la similitude directe d'écriture complexe : $z' = \frac{3 - i\sqrt{3}}{2}z - \sqrt{3} + i$

- 1) Déterminer les images par S des points O et A.
- 2) Déterminer les éléments caractéristiques de S.
- 3) Soit (C) le cercle de centre O et de rayon 2 et (C') son image par S.
- a) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de (C') .
- b) construire (C') .

Exercice 6

1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation $z^2 - 2z + 2 = 0$

2) Soient K, L, M les points d'abbrés respectives : $z_K = 1 + i; z_L = 1 - i; z_M = -i\sqrt{3}$

Placer ces points dans le plan muni d'un repère orthonormal direct $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$. Unité graphique 2 cm. On complètera la figure dans les questions suivantes

3-a) on appelle N le symétrique du point M par rapport au point L.

Vérifier que l'abbre z_N du point N est : $2 + i(\sqrt{3} - 2)$.

b) La rotation r de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$ transforme le point M en le point A et le point N en le point C.

Déterminer les abbrés respectives z_A et z_C des points A et C.

Déterminer l'abbre de l'image du point L par cette rotation r .

c) la translation t de vecteur $\vec{u}$ d'abbre $2i$ transforme le point M en le point D et point le N en le point B.

Déterminer les abbrés z_D et z_B respectives des points D et B

Détermine l'abbre de l'image du point L par cette translation t .

4-a) Montrer que : $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_D} = i$

Que peu on déduire pour le triangle ABC?

b) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?