- Cours en ligne
- Cours presentiels

MATHS

PC

SVT

La science autrement...

ELITE Science MATHS

Nos programmes:

Niveaux : Moyen/Secondaire

JANGOO

Programme Wolof

Apprentissage avec des cours exclusivement en Wolof

Educoeur

Programme Social

Prise en charge d'éléves avec des problèmes de moyens

R.E.L

Tous les élèves

Renforcement de capacité en ligne

PPC

Prépa Concours

Préparation des concours comme :
ESP - EMS - ENSA - IPSL
ISFAR ENSAE

77 106 98 79
77 575 04 18

COLLEGE SAINT PIERRE **MARDI 30 NOVEMBRE 2021**
CELLULE PEDAGOGIQUE DE MATHS **TS2**

DEVOIR N°1 DU PREMIER SEMESTRE

(DUREE : 04 HEURES)

Il sera tenu compte, pour l'évaluation des copies, de la présentation ainsi que de la clarté et de la rigueur des solutions proposées.

Echauffement : $(\mathbf{36\ mns\ \approx 03pts})$

Pour chacun des énoncés ci-dessous, des réponses sont proposées dont une est exacte. Donner la bonne réponse en justifiant. Chaque réponse exacte justifiée est notée $(\mathbf{0,75pt})$.

1. La dérivée de la fonction $f(x) = 2sinx + sin2x$ est :

a. $f'(x) = 2(2cosx - 1)(cosx + 1)$ **b**. $f'(x) = 2cosx + cos2x$ **c**. $f'(x) = cosx + cos2x$

2. $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}} \frac{cos(\pi x)}{1-2x}$ est égale à : **a**. 0 **b**. $-\frac{\pi}{2}$ **c**. $\frac{2}{\pi}$.
3. La courbe (Cf) représentative de la fonction $f(x) = x^4 - 6x^2 + 7x - 5$ admet :

a. une branche parabolique de direction (ox) **b**. un unique point d'inflexion
c. deux points d'inflexion.

4. Si la courbe (Cf) représentative d'une fonction f admet une asymptote oblique $(\Delta): y = -3x - 4$ au voisinage de $+\infty$ alors :

a. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -3$ **b**. $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = -3$ **c**. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) + 3x = -4$

Exercice n°1 : $(\mathbf{66\ mns\ \approx 05,5pts})$

Dans cet exercice la ***Partie A*** et la ***Partie B*** sont indépendantes.

Partie A : $(\mathbf{27\ mns\ \approx 02,25pts})$

1. Déterminer une primitive F de la fonction f sur un intervalle I à préciser.

a. $f(x) = (2x-1)(3x^2-3x)^3$ $(\mathbf{0,5pt})$

b. $f(x) = (4x-2)\sqrt{x^2-x+1}$ $(\mathbf{0,5pt})$

c. $f(x) = \tan^3 x + \tan x$ $(\mathbf{0,5pt})$

2. Trouver la primitive G de $g(x) = \dfrac{2}{\sqrt{3x+1}}$ sur un $[0; +\infty[$ qui prend la valeur $\frac{1}{2}$ en 5.

$(\mathbf{0,75pt})$

Partie B : $(\mathbf{39\ mns\ \approx 03,25pts})$

Soit g et f définies sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = x + \sqrt{x^2+1}$ *et* $f(x) = \frac{3}{2} - \sqrt{x^2+1}$ deux fonctions.

1. Dresser le tableau de variation de g sur Dg. $(\mathbf{01pt})$
2. Montrer que l'équation $g(x) = \frac{3}{2}$ admet une unique solution $\alpha \in]0; +\infty[$ $(ne\ pas\ caculer)$. Vérifier que $\frac{1}{4} < \alpha < \frac{1}{2}$. $(\mathbf{0,75pt})$
3. Montrer que : $g(x) = \frac{3}{2} <=> h(x) = x$. $(\mathbf{0,5pt})$

4. Montrer que pour tout $x \in \left[\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right]$ on a : $|h'(x)| \leq \frac{2}{\sqrt{17}}$. $\boldsymbol{(0,5pt)}$
5. En déduire que pour tout $x \in \left[\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right]$ on a : $|h(x)-\alpha| \leq \frac{2}{\sqrt{17}}|x-\alpha|$. $\boldsymbol{(0,5pt)}$

<u>Problème :</u> $\boldsymbol{(132\ mns\ \approx 11,5\ pts)}$

<u>Partie A :</u> $\boldsymbol{(18\ mns\ \approx 01,5pt)}$

Soit $h(x) = 2\sqrt{-x^2+x} - 2x + 1$ une fonction.

1. Déterminer le domaine de définition Dh de h. $\boldsymbol{(0,5pt)}$
2. Résoudre dans IR l'inéquation $h(x) < 0$. $\boldsymbol{(05pt)}$
3. En déduire le signe de $h(x)$ sur Dh. $\boldsymbol{(0,5pt)}$

<u>Partie B :</u> $\boldsymbol{(72\ mns\ \approx 06pts)}$

Soit $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{-x-1}\ ; si\ x \leq 0 \\ x + \sqrt{|x^2-x|}\ ; si\ x > 0 \end{cases}$ une fonction et (Cf) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ d'unité graphique $1cm$.

1. Déterminer Df. $\boldsymbol{(0,5pt)}$
2. Ecrire $f(x)$ sans le symbole des valeurs absolues. $\boldsymbol{(0,5pt)}$
3. a. Calculer les limites de f aux bornes de Df. $\boldsymbol{(01pt)}$
   b. Donner la nature des branches infinies de la courbe (Cf). $\boldsymbol{(0,75pt)}$
4. a. Montrer que f est continue en 0. $\boldsymbol{(0,5pt)}$
   b Etudier la dérivabilité de f en 0 et en 1, puis interpréter graphiquement les résultats. $\boldsymbol{(01pt)}$
5. a. Préciser le domaine de dérivabilité de la fonction f. $\boldsymbol{(0,25pt)}$
   b. Calculer $f'(x)$ sur chaque intervalle ou $f$est dérivable. $\boldsymbol{(0,75pt)}$
   c. Dresser le tableau de variation de f sur Df. $\boldsymbol{(0,75pt)}$
6. Construire soigneusement la courbe (Cf). $\boldsymbol{(02pts)}$

<u>Partie C :</u> $\boldsymbol{(24\ mns\ \approx 02\ pts)}$

Soit k la restriction de f sur $I =]1;+\infty[$.

1. Montrer que k réalise une bijection de I vers un intervalle J à préciser. $\boldsymbol{(0,5pt)}$
2. Calculer $k\left(\frac{4}{3}\right)$, puis $(k^{-1})'(2)$. $\boldsymbol{(0,5pt)}$
3. Expliciter $k^{-1}(x)$. $\boldsymbol{(0,5pt)}$
4. Construire (Ck^{-1}) dans le repère précédent. $\boldsymbol{(0,5pt)}$

IL EST MAINTENANT GRAND TEMPS DE SE METTRE AU TRAVAIL !!!