

- Cours en ligne
- Cours presentiels

 **MATHS**

 **PC**

 **SVT**

La science autrement...



Nos programmes:

Niveaux : Moyen/Secondaire



Programme Wolof

Apprentissage avec des cours
exclusivement en Wolof



Programme Social

Prise en charge d'élèves avec
des problèmes de moyens



Tous les élèves

Renforcement de capacité
en ligne



Prépa Concours

Préparation des concours comme :
ESP - EMS - ENSA - IPSL
ISFAR ENSAE



77 106 98 79
77 575 04 18





DEVOIR N1 DU 2nd SEMESTRE : EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Classe : TS2 Durée : 04 heures coefficient :5

Exercice 1 : (05 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On considère la suite des nombres complexes (z_n) définie par $z_0 = 0$ et pour tout entier naturel n , $z_{n+1} = (1 + i)z_n - i$.

Pour tout entier naturel n , on note A_n le point d'affixe z_n et B le point d'affixe 1.

- 1) a) Montrer que $z_1 = -i$ et que $z_2 = 1 - 2i$ (0,5pt)
- b) Calculer z_3 (0,5pt)
- c) Placer les points B, A_1 , A_2 et A_3 dans le repère. (0,5pt)
- d) Démontrer que le triangle BA_1A_2 est rectangle et isocèle. (0,75pt)
- 2) Pour tout entier naturel n , on pose $u_n = |z_n - 1|$
- a) Démontrer que pour tout entier naturel n , on a : $u_{n+1} = \sqrt{2}u_n$ (0,5pt)
- b) Déterminer à partir de quel entier naturel n , BA_n est strictement supérieur à 1000. (0,75pt)
- 3) a) Déterminer la forme exponentielle de $1 + i$ (0,25pt)
- b) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n ; $z_n = 1 - (\sqrt{2})^n e^{i\frac{n\pi}{4}}$ (0,75pt)
- 4) Soit f la transformation du plan d'écriture $z' = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right) + 1 - i$. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f . (0,5pt)

Exercice 2 : (05 points)

Dans un sac se trouvent 5 enveloppes : deux d'entre elles renferment un billet de 1000f, une autre un billet de 5000f et les deux dernières sont vides. On tire simultanément 2 enveloppes.

- 1) Quel est le nombre de tirages possibles ? (0,5pt)
 - 2) En supposant que tous ces tirages soient équiprobables. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
A : « Ne rien gagner à l'issue du tirage » (0,75pt)
B : « Gagner exactement 1.000F à l'issue du tirage ». (0,75pt)
C : « Gagner exactement 2.000f à l'issue du tirage ». (0,75pt)
D : « Gagner exactement 6000F à l'issue du tirage ». (0,75 pt)
- (Le gain est la somme totale contenue dans les 2 enveloppes tirées)
- 3) Soit X la variable aléatoire, qui à tout tirage, associe le gain correspondant.
 - a) Quelles sont les valeurs prises par X . (0,25pt)
 - b) Déterminer la loi de X (1pt)
 - c) Calculer l'Espérance mathématique $E(X)$ (0,25pt)

Problème : (10 points)

Partie A : Soit g la fonction définie sur $]-\infty; 1]$ par $g(x) = e^{x-1} + 2x - 2$

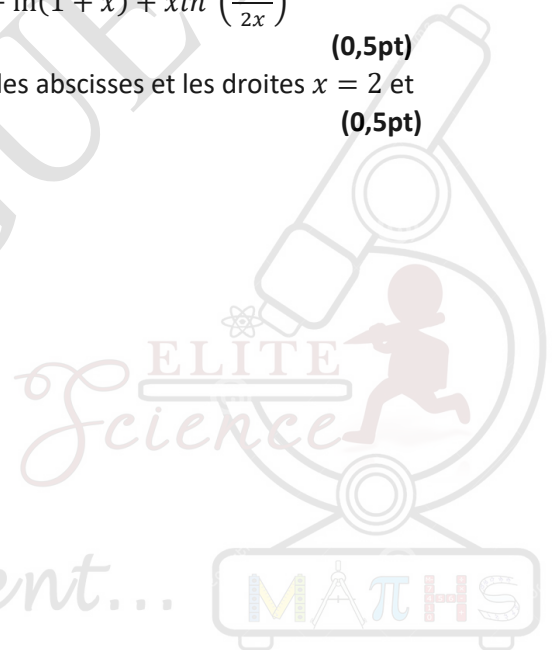
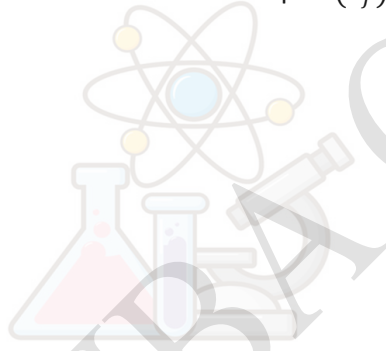
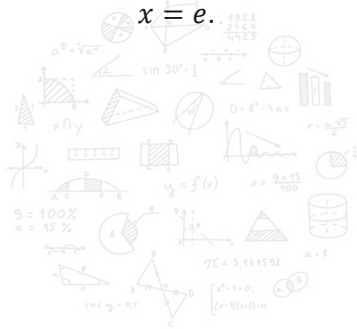
- 1) Dresser le tableau de variation de g . (0,75pt)
- 2) En déduire que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right]$ (0,5pt)
- 3) En déduire le signe de $g(x)$ (0,5pt)

Partie B : On considère la fonction f définie par $f(x) = \begin{cases} e^{x-1} + x^2 - 2x + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ x + \ln\left(\frac{1+x}{2x}\right) & \text{si } x > 1 \end{cases}$

- 1) Justifier que f est définie sur $\mathbb{R}$. (0,5pt)
- 2) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 1. (1pt)
- 3) a) Déterminer les limites aux bornes de l'ensemble de définition. (0,5pt)
- b) Etudier la nature de la branche infinie de (C_f) en $-\infty$. (0,5pt)
- c) Montrer que la droite $(\Delta): y = x - \ln 2$ est asymptote oblique en $+\infty$ puis étudier la position relative de (C_f) par rapport à (Δ) . (0,75pt)
- 4) Montrer que la parabole P d'équation $y = x^2 - 2x + 1$ est asymptote à (C_f) en $-\infty$. (0,5pt)
- 5) Montrer que (C_f) admet en $+\infty$ une asymptote oblique. Étudier la position de la courbe par rapport à cette asymptote. (0,5pt)
- 6) Dresser le tableau de variation de f (1,5pt)
- 7) Établir que $f(\alpha) = \alpha^2 - 4\alpha + 3$ puis encadrer $f(\alpha)$ (0,5pt)
- 8) Tracer (C_f) dans un repère orthonormé unité 2cm. On placera le point d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses. (1pt)

Partie C : Soit F la fonction définie sur $]1; +\infty[$ par $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + \ln(1+x) + x \ln\left(\frac{x+1}{2x}\right)$

- 1) Montrer que F est une primitive de f sur $]1; +\infty[$. (0,5pt)
- 2) En déduire l'aire en cm^2 du domaine délimité par (C_f) , l'axe des abscisses et les droites $x = 2$ et $x = e$. (0,5pt)



La Science, Autrement...

