- **Cours en ligne**
- **Cours presentiels**

MATHS

PC

SVT

La science autrement...

ELITE Science MATHS

Nos programmes:

Niveaux : Moyen/Secondaire

JANGOO

Programme Wolof

Apprentissage avec des cours exclusivement en Wolof

Educoeur

Programme Social

Prise en charge d'éléves avec des problèmes de moyens

R.E.L

Tous les élèves

Renforcement de capacité en ligne

PPC

Prépa Concours

Préparation des concours comme :
ESP - EMS - ENSA - IPSL
ISFAR ENSAE

77 106 98 79
77 575 04 18

REPUBLIQUE DU SENEGAL
Un Peuple-Un But-Une Foi
Ministère de l'Education Nationale

IA : MATAM	**Devoir Harmonisé**	**KANEL : ZONE 1**
Année scolaire : 2023/2024	**DU SECOND SEMESTRE**	**Classe : TS2**
Cellule Mathématiques	**Date : 27/06/2024**	**Durée 4h**

Exercice 1 : **(Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes) (4 points)**

1. (a) Donner la nature de la transformation S d'écriture complexe $z' = z - 1 - \mathrm{i}$. **(0,25+0,75)pt**
   (b) Déterminer l'image par S de droite (D) d'équation $y = -x$.
2. Soit les points A, B, C et D d'affixes respectives $z_A = 2\mathrm{i}$, $z_B = 3 - \mathrm{i}$, $z_C = -3 - \mathrm{i}$ et $z_D = 3 + 3\mathrm{i}$.
   (a) Déterminer l'éciture complexe de la similitude f de centre A et qui transforme B en C. **(1 pt)**
   (b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f. **(0,25+0,5) pt**
   (c) Déterminer l'image D' de D par la similitude f. **(0.25 pt)**
3. Soit T la transformation du plan d'écriture complexe $z' = u^2 z + u - 1$ où $u \in \mathbb{C}$.
   (a) Déterminer u tel que T soit une homothétie de rapport -2. **(0,5 pt)**
   (b) caractériser T lorsque $u = 1 - \mathrm{i}$. **(0,5 pt)**

Exercice 2 : **(4,5 points)**

De la famille des lilacées, la tulipe est une plante bulbeuse. Elle pousse donc à partir d'un bulbe qui contient des réserves nutritives.
Lors d'un cours de SVT, le profésseur présente à ses élèves un lot de tulipes qui a un pouvoir germinatif de 80% ; cela signifie que chaque bulbe à une probabilité égale à $\dfrac{4}{5}$ de produire une fleur et cela indépendamment des autres bulbes.
Chaque bulbe contient l'un des trois gènes r (rouge), b (blanc), j (jaune) qui détermine la couleur de la future fleur eventuelle.
On suppose que :

— la probabilité pour qu'un bulbe possède le gène r est $\dfrac{1}{2}$,
— la probabilité pour qu'un bulbe possède le gène b est $\dfrac{1}{10}$,
— la probabilité pour qu'un bulbe possède le gène j est $\dfrac{2}{5}$

On considère les événements suivants :
— F « le bulbe produit une fleur »,
— R « le bulbe a le gène r »,
— B « le bulbe a le gène b »,
— J « le bulbe a le gène j ».

1. (a) Schématiser cette situation par un arbre pondéré visualisant la floraison d'un bulbe. **(0,5 pt)**
   (b) Calculer la probabilité qu'un bulbe planté produise une fleur rouge. **(0,5 pt)**
   (c) Calculer la probabilité qu'un bulbe planté produise une fleur blanche. **(0,5 pt)**
2. On appelle X la variable aléatoire qui, à chaque plantation de cinq bulbes, associe le nombre de fleurs rouges obtenues.
   (a) Déterminer la loi de probabilité de X. **(1,5 pts)**

(b) Calculer E(X) et V(X). **(2×0,25 pt)**

3. Soit $n \in \mathbb{N}^*$.
   On désigne par p_n la probabilité de n'obtenir aucune tulipe blanche après avoir planté n bulbes. Calculer p_n. **(0,5 pt)**
4. Combien de bulbes blanches doit-on planter, au minimum, pour obtenir au moins une tulipe, avec une probabilité supérieure ou égale à $\dfrac{19}{20}$? **(0,5 pt)**

Problème 1 : **(11,5 points)**

PARTIE A

1. Soit h la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par $h(x) = -(2x+1)\mathrm{e}^{-2x} + 2$.
   (a) Dresser le tableau de variation de h sur $[0;+\infty[$ **(0,75 pt)**
   (b) En déduire le signe de $h(x)$ sur $[0;+\infty[$ **(0,25 pt)**
2. Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ d'unité graphique 1cm. Soi f la fonction de représentation grapique (C_f) définie par $f(x) = \begin{cases} -1+x+(1-x)\ln(1-x) & si \quad x<0 \\ (x+1)\mathrm{e}^{-2x}+2x-2 & si \quad x \geq 0 \end{cases}$.
   (a) Montrer que l'ensemble de définition D_f de f est $\mathbb{R}$. **(0,5 pt)**
   (b) Calculer les limites aux bornes de D_f. **(0,5 pt)**
   (c) Préciser la branche infinie de courbe (C_f) en -∞. **(0,25 pt)**
   (d) Montrer que (C_f) admet une asymptote (Δ) en $+\infty$ dont on déterminera une équation puis étudier la postion relative de (C_f) et (Δ) **(0,75 pt)**
   (e) Montrer que f est continue en 0. **(0,5 pt)**
   (f) i. Démontrer que pour tout $x \in]0;+\infty[$ $\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0} = \dfrac{1}{\mathrm{e}^{2x}}\left[1+2\mathrm{e}^{2x} - 2\dfrac{\mathrm{e}^{2x}-1}{2x}\right]$. **(0,5 pt)**
   ii. Etudier la dérivabilité de f en 0 puis interpréter géométriquement les résultats **(1 pt)**
   (g) Etudier les variations de f sur chaque intervalle où elle est dérivable puis dresser son tableau de variation. **(2×0,75 pts)**
   (h) Montrer que pour tout $x \in [0;+\infty[$, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in [0;1]$. **(0,75 pt)**
   (i) Trcaer les démi-tangentes, (Δ) et la courbe (C_f). **(0,75 pt)**

PARTIE B

Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x) = 1 - \dfrac{1}{2}(x+1)\mathrm{e}^{-2x}$.

1. Montrer que l'unique réel α verifiant $f(\alpha) = 0$ est une solution de l'équation $g(x) = x$.
2. (a) Calculer $g'(x)$, étudier les variations de g' sur $[0;1]$. **(0,75 pt)**
   (b) En déduire que pour tout $x \in [0;1]$, $|g'(x)| \leq \dfrac{1}{2}$. **(0,25 pt)**
   (c) Montrer que pour tout $x \in [0;1]$, $g(x) \in [0;1]$. **(0,5 pt)**
3. On considère la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = g(u_n) \end{cases}$.
   (a) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \in [0;1]$ **(0,5 pt)**
   (b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|u_{n+1} - \alpha| \leq \dfrac{1}{2}|u_n - \alpha|$. **(0,5 pt)**
   (c) En déduire que $|u_n - \alpha| \leq \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$. **(0,25 pt)**
   (d) Montrer que (u_n) est convergente et donner sa limite. **(0,25 pt)**
   (e) Déterminer le plus petit entier p pour lequel $|u_p - \alpha| \leq 10^{-3}$. **(0,5 pt)**