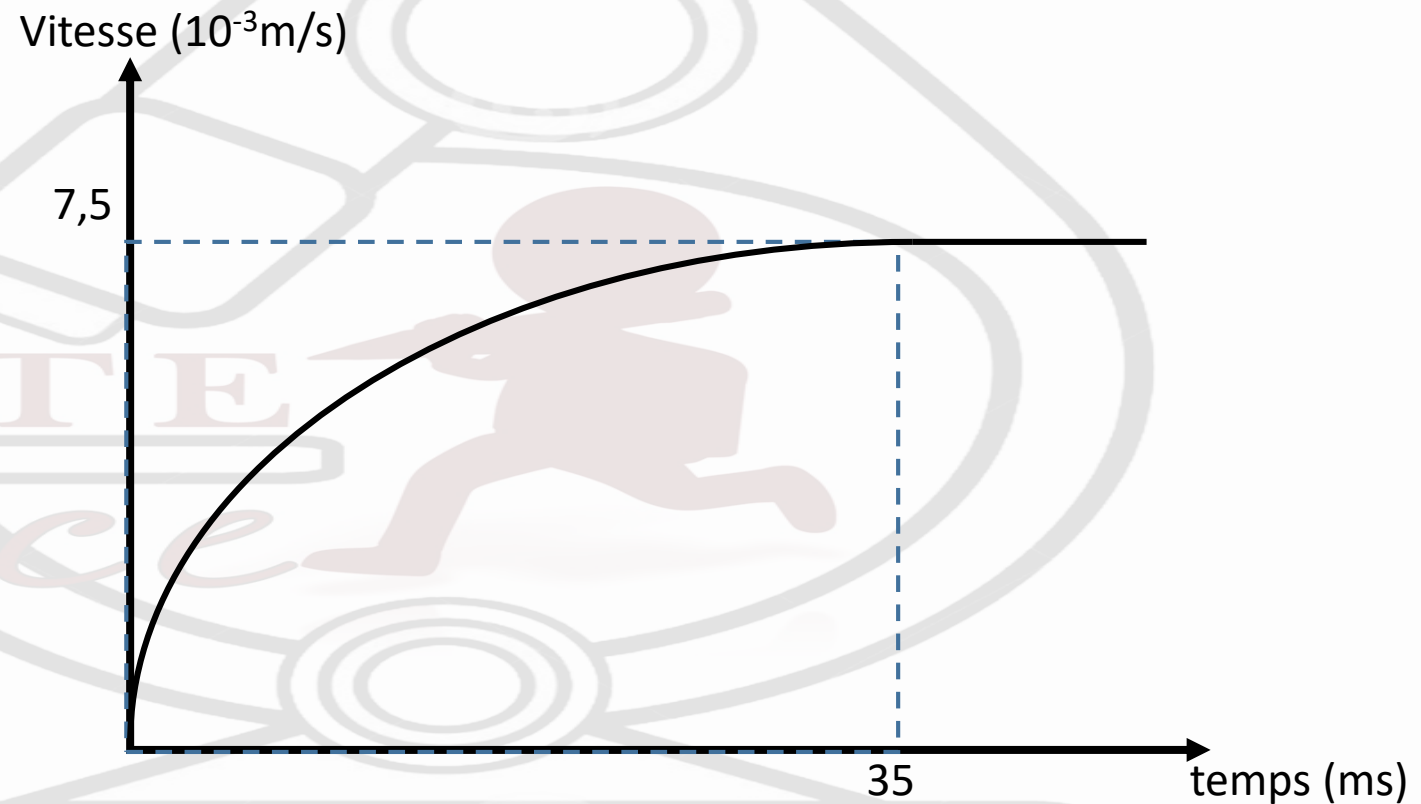


On étudie le mouvement d'une bille B en verre de rayon r , de masse m tombant sans vitesse initiale dans du glycérol. Sur la bille en mouvement s'exercent son poids $\vec{P}$, la force de résistance du fluide $\vec{f}$ et la poussée d'Archimède due également au fluide $\vec{F}$.

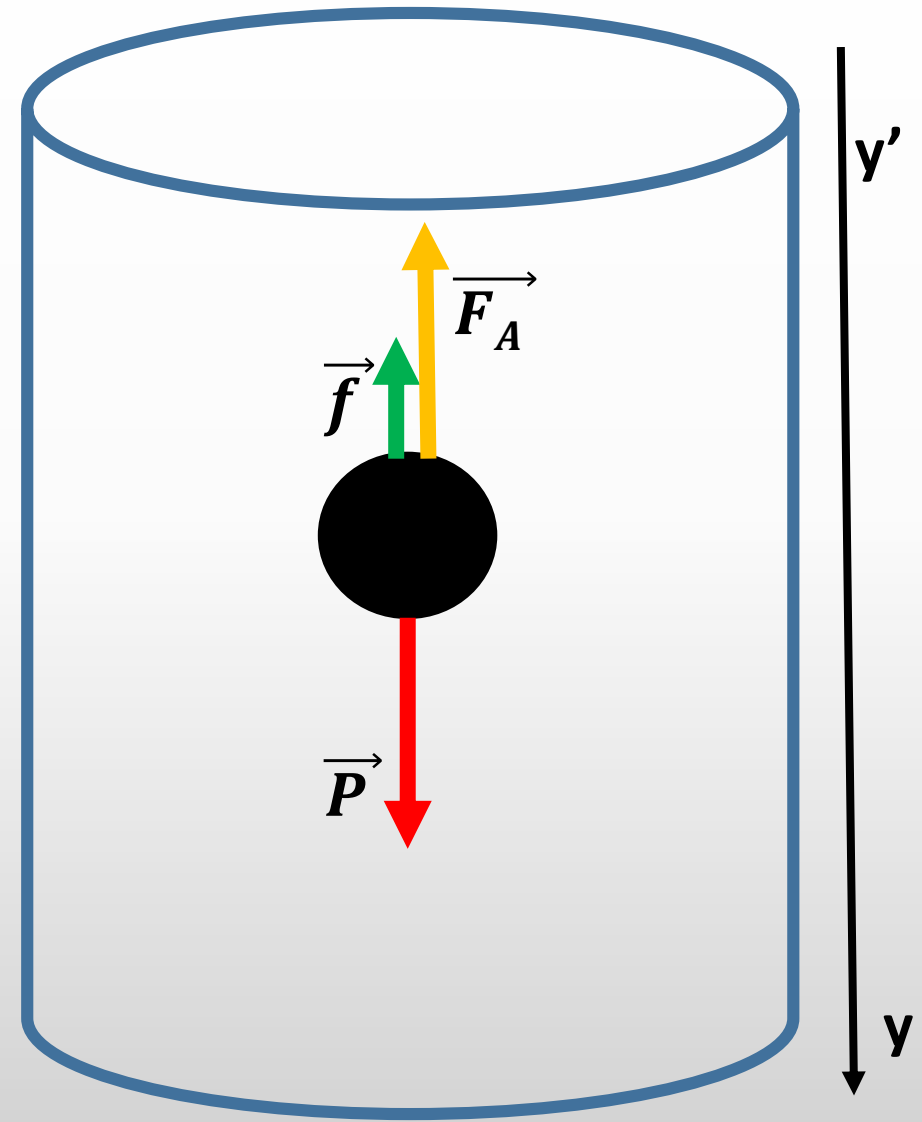
- La résistance $\vec{f}$ est une force colinéaire et de sens opposé au vecteur vitesse instantanée de la bille et de valeur $f=6\pi\eta rV$ avec V représentant la vitesse instantanée de la bille, r son rayon et η une constante caractéristique du fluide (viscosité).
 - La poussée d'Archimède $\vec{F}$ est une force verticale dirigée de bas en haut dont l'intensité est égale au poids du fluide déplacé soit $F=\rho.g.Vol$
 - On donne: $g=9,8m/s^2$, masse volumique verre $\rho(verre)=2,45g/cm^3$, masse volumique du glycérol $\rho=1,26g/cm^3$, viscosité du glycérol $\eta=1,49 Pa.s$
1. Représenter sur un schéma les forces appliquées à la bille à un instant où sa vitesse est V
 2. Montrer par application de la 2^e loi de Newton dans un repère à préciser que l'équation différentielle du mouvement de la bille est: $\frac{dV}{dt} + \left(\frac{6\pi\eta r}{m}\right).V = g\left(1 - \frac{\rho}{\rho_{verre}}\right)$
 3. Montrer l'existence d'une vitesse limite puis déterminer son expression en fonction de η , r , ρ , ρ_{verre} , g et m puis en fonction de η , r , ρ , ρ_{verre} et g

4. Le graphe ci-contre représente l'évolution de la vitesse de la bille au cours du temps.
- A partir du graphique, déterminer la vitesse limite. En déduire le rayon de la bille et sa masse.
 - Calculer la vitesse limite d'une bille de rayon $2r$ abandonné sans vitesse initiale dans le glycérol.



1. Schéma forces appliquées sur B

- $\vec{P}$: poids de la bille
- avec $P=mg$
- $\vec{f}$: résistance du fluide
- avec $f=6\pi\eta rV$
- $\vec{F}_A$: poussée d'Archimède
- avec $F=\rho \cdot g \cdot V_{ol}$



Montrer par application de la 2^e loi de Newton dans un repère à préciser que l'équation différentielle du mouvement de la bille est: $\frac{dV}{dt} + \left(\frac{6\pi\eta r}{m}\right) \cdot V = g\left(1 - \frac{\rho}{\rho_{ver}}\right)$

• **Système: bille**

• **RTSG**

• **BFA** : $\vec{F}_A$, $\vec{f}$ et $\vec{P}$

• **TCl**: $\vec{F}_A + \vec{f} + \vec{P} = m\vec{a}$

• Sur (y'y): $P - FA - f = ma \rightarrow P - \rho \cdot g \cdot Vol - 6\pi\eta rV = ma$

• $ma = mg - \rho \cdot g \cdot VB - 6\pi\eta rV$

• $a + \frac{6\pi\eta r}{m} \cdot V = g\left(1 - \frac{\rho VB}{m}\right)$

• $\frac{dV}{dt} + \left(\frac{6\pi\eta r}{m}\right)V = g\left(1 - \frac{\rho}{\rho_{ver}}\right)$

Montrer l'existence d'une vitesse limite puis déterminer son expression en fonction de η , r , ρ , ρ_{ver} , g et m puis en fonction de η , r , ρ , ρ_{ver} et g

• Vitesse limite = accélération nulle: $\frac{dV}{dt} = 0$

$$\bullet \left(\frac{6\pi\eta r}{m} \right) V_l = g \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{ver}} \right) \rightarrow V_l = \frac{mg}{6\pi\eta r} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{ver}} \right)$$

$$\bullet \text{ Or } m = \rho_{ver} \times V = \rho_{ver} \times \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\bullet V_l = \frac{4\pi r^3 g \rho_{ver}}{3 \times 6\pi\eta r} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{ver}} \right) = \frac{4\pi r^3 g \rho_{ver}}{18\pi\eta r} \left(\frac{\rho_{ver} - \rho}{\rho_{ver}} \right)$$

$$\bullet V_l = \frac{2r^2 g}{9\eta} (\rho_{ver} - \rho)$$

- $V_l = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$

- Déduisons-en sa masse et son rayon

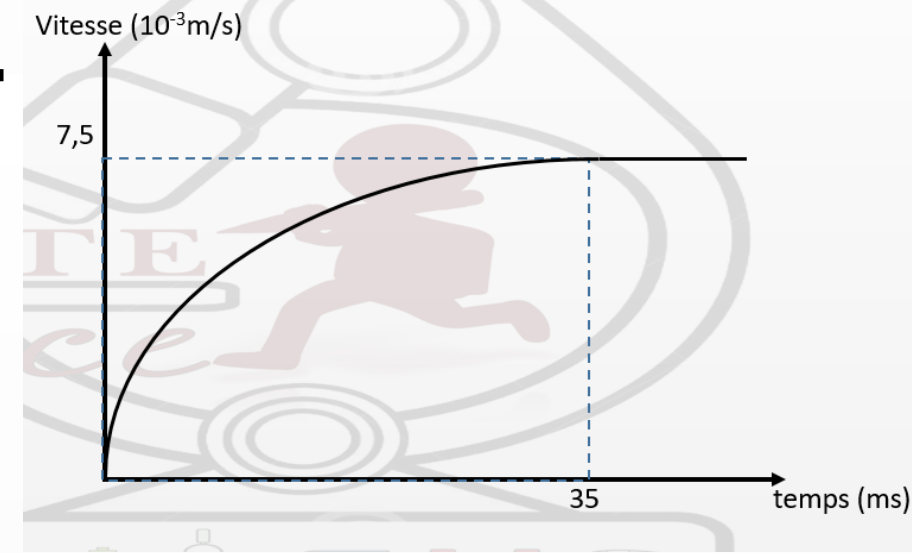
- $V_l = \frac{2r^2 g}{9\eta} (\rho_{ver} - \rho)$

- $$\begin{cases} \rho(\text{verre}) = 2,45 \text{ g/cm}^3 = \frac{2,45 \cdot 10^{-3}}{10^{-6}} = 2450 \text{ kg/m}^3 \\ \rho = 1,26 \text{ g/cm}^3 = \frac{1,26 \cdot 10^{-3}}{10^{-6}} = 1260 \text{ kg/m}^3 \end{cases}$$

- $7,5 \cdot 10^{-3} = \frac{2r^2 \times 9,8}{9 \times 1,49} (2450 - 1260) \rightarrow 7,5 \cdot 10^{-3} = 1739,3 r^2$

- $r = \sqrt{\frac{7,5 \cdot 10^{-3}}{1739,3}} = 0,002 \text{ m} = \mathbf{2 \cdot 10^{-3} \text{ m}}$

- $V = \frac{4\pi}{3} r^3 = \frac{m}{\rho_{ver}} \rightarrow m = \frac{4\pi r^3 \rho_{ver}}{3} = \frac{4\pi \times (2 \cdot 10^{-3})^3 \times 2450}{3} = \mathbf{8,2 \cdot 10^{-5} \text{ kg}}$



• *$V'l$ d'une bille de rayon $2r$*

• $V'l = \frac{2(2r)^2 g}{9\eta} (\rho_{ver} - \rho) =$

• $\frac{4 \times 2r^2 g}{9\eta} (\rho_{ver} - \rho) = 4Vl$

• AN: $V'l = 4 \times 7,5 \cdot 10^{-3} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$

COURS DE RENFORCEMENT & REMISE À NIVEAU



COURS PRÉSENTIEL
COURS EN LIGNE

DE LA 6ÈME À LA TERMINALE

MATHS
PC
SVT



77 106 98 79 - 76 312 52 24

