

ELITE SCIENCE

(La science autrement)

SYNTHESE

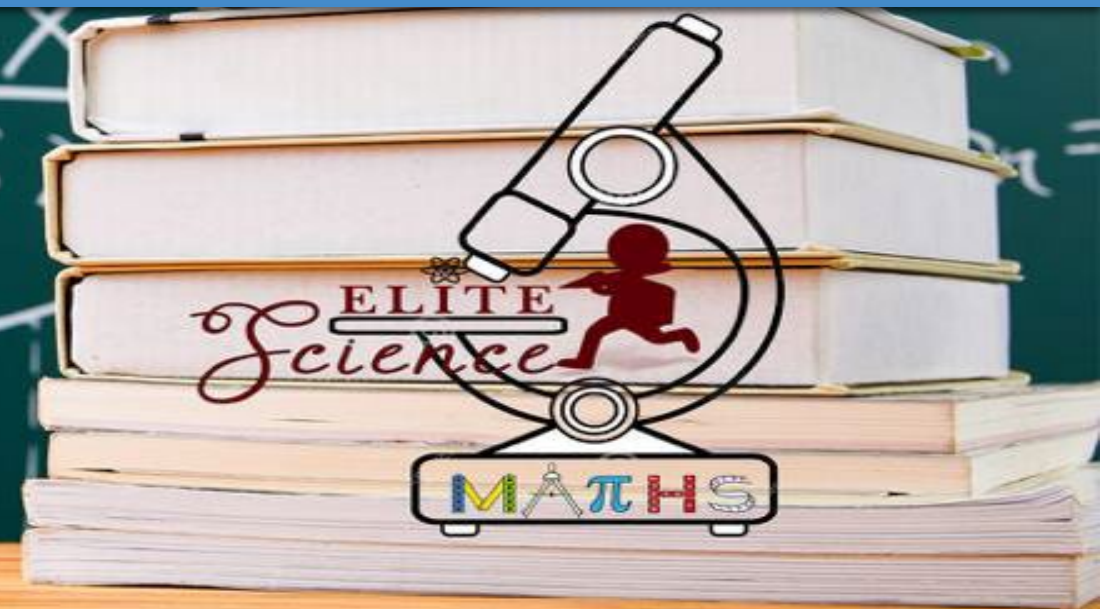
OSCILLATIONS MECANIKES

NIVEAU

ELITE SCIENCE

COURS EN LIGNE - COURS PRÉSENTIEL

77 106 98 79 (W) - 76 312 52 24



elite.science.sn@gmail.com

ETUDE D'UN PENDULE HORIZONTAL

- Système: masse /RTSG/BFA: $\vec{T}, \vec{P}, \vec{R}$

- TCI: $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$

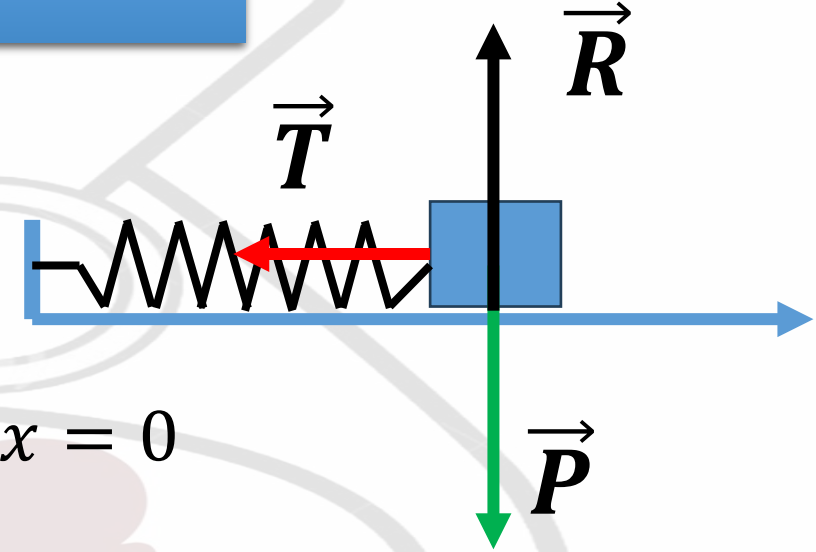
- En projetant sur (Ox):

- $-T = ma \rightarrow -kx = ma \rightarrow m\ddot{x} + kx = 0 \rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$

- En posant $\frac{k}{m} = \omega_0^2 \rightarrow \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$

- Cette équation différentielle a pour solution $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

- Avec $\left\{ \begin{array}{l} \omega_0 = \text{pulsation propre} = \sqrt{\frac{k}{m}} \\ T_0 = \text{période propre} = \frac{2\pi}{\omega_0} \\ N_0 = \text{fréquence propre} = \frac{1}{T_0} \end{array} \right.$



ETUDE ENERGETIQUE

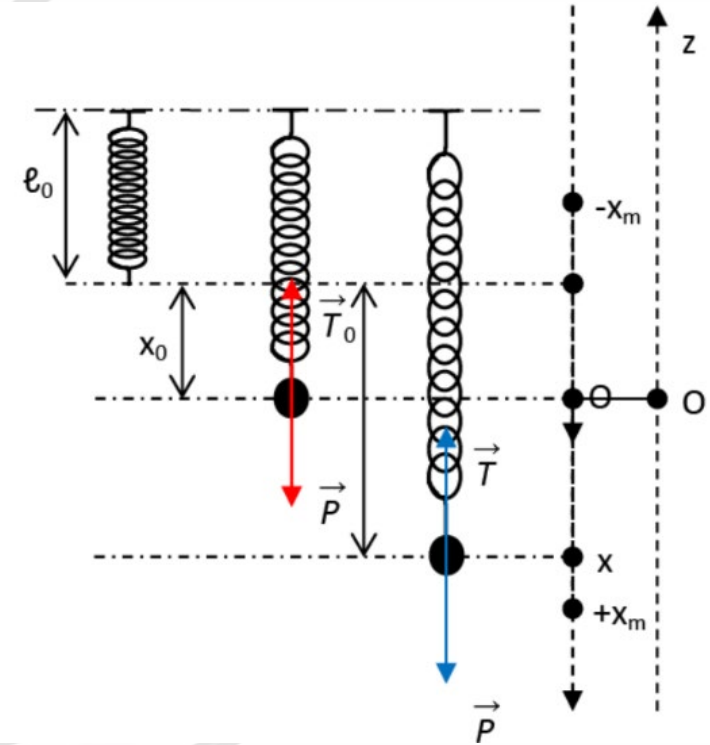
- $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$
- $E_m = E_c + E_{pe} + E_{pp}$ or
$$\begin{cases} E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 = \frac{1}{2} m [-\omega_0 X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)]^2 \\ E_{pe} = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k [X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)]^2 \\ E_{pp} = 0 \end{cases}$$
- $E_m = \frac{1}{2} m \omega_0^2 X_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} k X_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$
- $= \frac{1}{2} m \times \frac{k}{m} \times X_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} k X_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$
- $= \frac{1}{2} k X_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} k X_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$
- $= \frac{1}{2} k X_m^2 [\sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \cos^2(\omega_0 t + \varphi)]$
- **$E_m = \frac{1}{2} k X_m^2 = \text{constante}$**

REMARQUE

- L'équation différentielle du mouvement peut être retrouvée en utilisant la formule de l'énergie mécanique:
- $E_m = \frac{1}{2} k X m^2 = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \text{constante}$
- $\frac{dE_m}{dt} = 0 \rightarrow \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k x^2 \right) = 0 \rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{d}{dt} (m \dot{x}^2 + k x^2) = 0$
- $\rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{d}{dt} (m \dot{x}^2) + \frac{1}{2} \times \frac{d}{dt} k x^2 = 0$
- $\rightarrow m \ddot{x} \cdot \dot{x} + k \dot{x} \cdot x = 0 \rightarrow \dot{x} (m \ddot{x} + k x) = 0$
- Or $\dot{x} \neq 0$
- $\rightarrow m \ddot{x} + k x = 0 \rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0$

ETUDE D'UN PENDULE VERTICAL

- A l'équilibre on a: $P = T \rightarrow kx_0 = mg$
- En mouvement: $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$
- En projetant sur (Oz):
- $mg - k(x + x_0) = m\ddot{x}$
- Or $kx_0 = mg$
- $\rightarrow kx_0 - kx - kx_0 = m\ddot{x} \rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$
- La solution sera également:
- $x(t) = Xm \cos(\omega_0 t + \varphi)$



ETUDE ENERGETIQUE

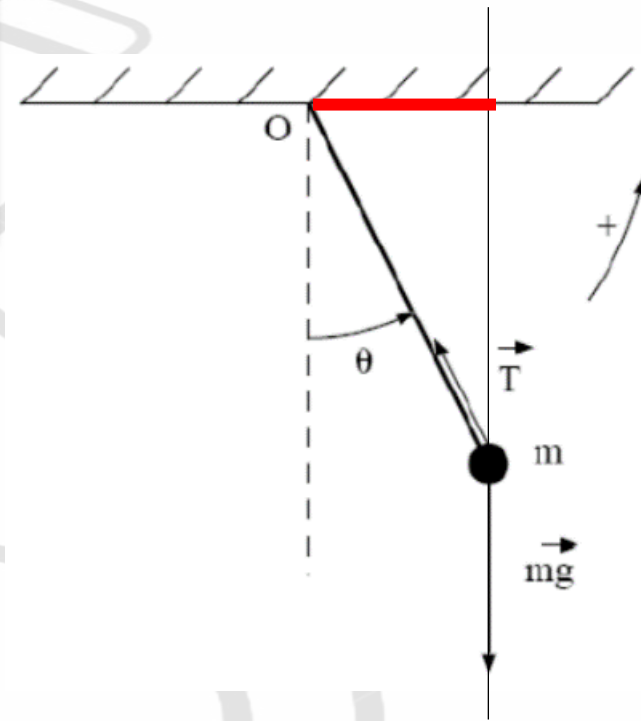
- $E_m = E_c + E_{pe} + E_{pp} = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k(x_0 + x)^2 - mgx$
- or $mg = kx_0$
- $E_m = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k(x_0^2 + 2xx_0 + x^2) - kx_0x$
- $= \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k(x_0^2 + 2xx_0 + x^2) - kx_0x$
- $= \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx_0^2 + kxx_0 + \frac{1}{2}kx^2 - kxx_0$
- $\rightarrow E_m = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k(x_0^2 + x^2)$
- Montrons que E_m est une constante



- $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi) ; \dot{x} = -\omega_0 X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$
- $E_m = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k x^2 + \frac{1}{2} k x_0^2$
- $= \frac{1}{2} m \omega_0^2 X_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} k X_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} k x_0^2$
- $= \frac{1}{2} m \times \frac{k}{m} X_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} k X_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} k x_0^2$
- $= \frac{1}{2} k X_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} k X_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} k x_0^2$
- $= \frac{1}{2} k X_m^2 [\sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \cos^2(\omega_0 t + \varphi)] + \frac{1}{2} k x_0^2$
- **$E_m = \frac{1}{2} k X_m^2 + \frac{1}{2} k x_0^2 = \text{constante}$**



ETUDE PENDULE EN ROTATION



- Système: boule /RTSG/ BFA: $\vec{P}, \vec{T}$
- TAA: $M\vec{P} + M\vec{T} = J_{\Delta}\ddot{\theta}$
- $-mgl\sin\theta = ml^2\ddot{\theta} \rightarrow ml^2\ddot{\theta} + mgl\sin\theta = 0$
- Pour des oscillateurs à faible amplitude $\sin\theta \approx \theta$
- $\rightarrow ml^2\ddot{\theta} + mgl\theta = 0$
- $\rightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{l}\theta = 0$
- La solution de l'équation différentielle est: $\theta(t) = \theta_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$
- L'étude énergétique donne: $Em = \frac{1}{2}ml\omega^2 - mgl\cos\theta$

	Oscillateur horizontal	Oscillateur vertical	Pendule simple	Pendule pesant	Pendule de torsion
Equation différentielle	$\ddot{x} + \frac{k}{m} = 0$	$\ddot{x} + \frac{k}{m} = 0$	$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \theta = 0$	$\ddot{\theta} + \frac{mgd}{J} \theta = 0$	$\ddot{\theta} + \frac{C}{J} \theta = 0$
ω_0^2	$\frac{k}{m}$	$\frac{k}{m}$	$\frac{g}{l}$	$\frac{mgd}{J}$	$\frac{C}{J}$
Equation horaire mouvement	$Xm \cos(\omega_0 t + \varphi)$	$Xm \cos(\omega_0 t + \varphi)$	$\theta m \cos(\omega_0 t + \varphi)$	$\theta m \cos(\omega_0 t + \varphi)$	$\theta m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

COURS DE RENFORCEMENT & REMISE À NIVEAU

COURS PRÉSENTIEL
COURS EN LIGNE

DE LA 6ÈME À LA TERMINALE

MATHS
PC
SVT



77 106 98 79 - 76 312 52 24

