- Cours en ligne
- Cours presentiels

MATHS
PC
SVT

La science autrement...

ELITE Science MATHS

Nos programmes:

Niveaux : Moyen/Secondaire

JANGOO

Programme Wolof

Apprentissage avec des cours exclusivement en Wolof

Educoeur

Programme Social

Prise en charge d'éléves avec des problèmes de moyens

R.E.L

Tous les élèves

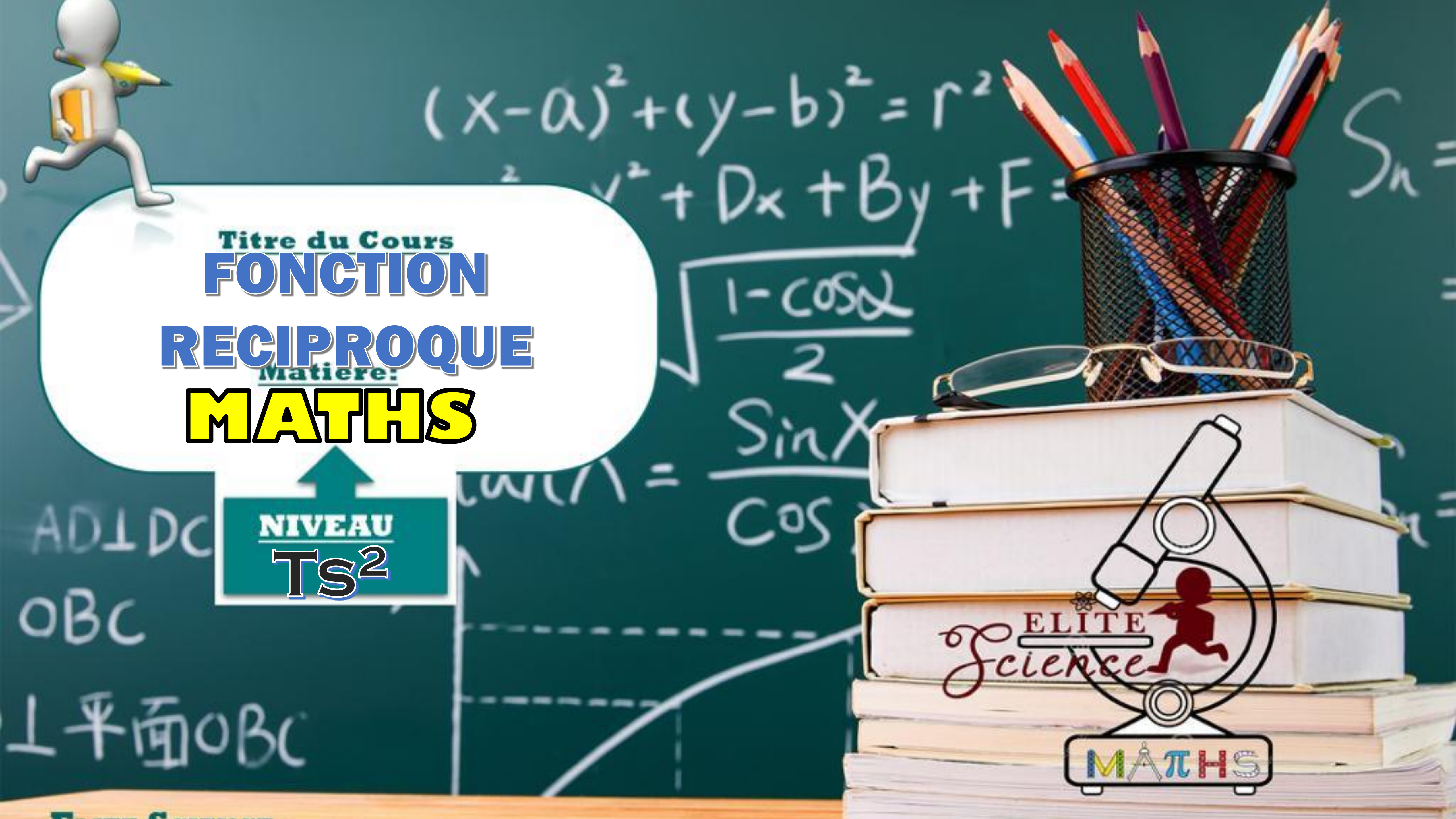
Renforcement de capacité en ligne

PPC

Prépa Concours

Préparation des concours comme :
ESP - EMS - ENSA - IPSL
ISFAR ENSAE

77 106 98 79
77 575 04 18


Titre du Cours
FONCTION
RECIPROQUE
Matière:
MATHS
NIVEAU
Ts2
ELITE
Science
MAπHS

ELITE SCIENCE
Cours en présentiel / Cours en ligne
Tél: 77-106-98-79 (W) / 76-312-52-24
Mail: elite.science.sn@gmail.com

MATHS

Niveau: Tle S2

SEQ4: LA FONCTION RECIPROQUE

1) Définition

1. Définition: soit f défini et strictement monotone (croissante ou décroissante) sur I: f est alors une bijection de f sur I vers f(I) et admet une bijection réciproque notée f^{-1} tel que:

- $$\begin{cases} f(x) = y \\ f^{-1}(y) = x \end{cases}$$

2) Image d'un réel par une fonction réciproque

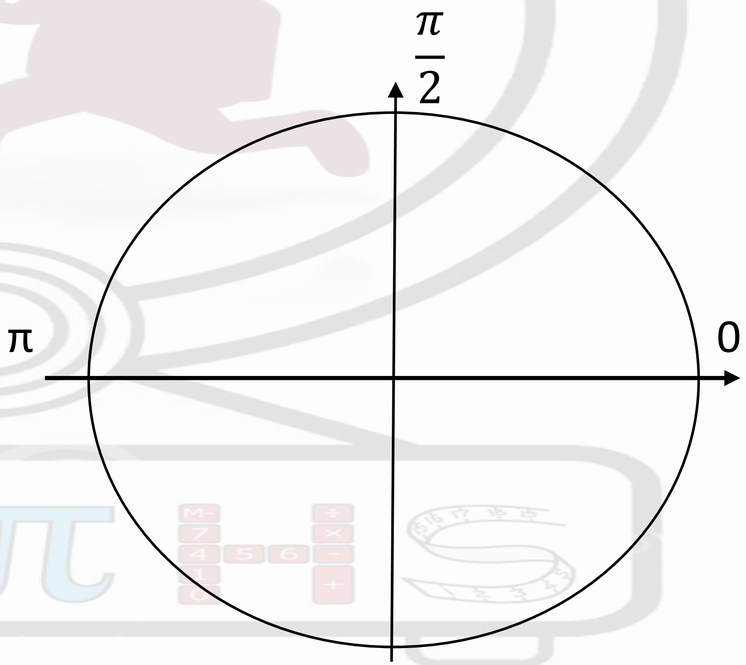
1. Calculer l'image x d'un réel y par une fonction réciproque f^{-1} consiste à résoudre l'équation f(x)=y

- Exemple: f(x)=3x+5. déterminons $f^{-1}(4)$
- $f^{-1}(4)=x \rightarrow f(x)=4 \rightarrow 3x+5=4 \rightarrow 3x=4-5 \rightarrow 3x=-1 \rightarrow x=\frac{-1}{3}$
- $\boxed{f^{-1}(4)=\frac{-1}{3}}$

3) Dérivabilité de la fonction réciproque

1. Soit f strictement monotone sur I et a$\in$I tel que f(a)=b ; si <u>f est dérivable en a et f'(a) ≠0</u> alors f^{-1} est dérivable en b et **$(f^{-1})'(b) = \frac{1}{f'(a)}$**

- **<u>Exemple:</u>** soit f(x)=cosx défini sur]0; π[. Etudier la dérivabilité de f^{-1} en 0 puis calculer $(f^{-1})'(0)$.
- Déterminons d'abord $(f^{-1})(0)$: posons f(x)=0 →cosx=0=cos$\frac{\pi}{2}$
- $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \end{cases}$ $\frac{\pi}{2}$ est la solution donc $(f^{-1})(0) = \frac{\pi}{2}$
- On sait que ∀ x ∈]0; π[f est dérivable et f'(x)=-sinx
- On pose $f'(\frac{\pi}{2}) = -\sin\frac{\pi}{2} = -1 \neq 0$ alors <u>f^{-1} est dérivable en 0</u>
- **$(f^{-1})'(0) = \frac{1}{f'(\frac{\pi}{2})} = -1$**



3) Dérivabilité de la fonction réciproque

- Exemple 2: soit f(x)=$\sqrt{x}$ défini sur]0; +∞[. Etudier la dérivabilité de f^{-1} en 2
- On pose f(x)=2→ $\sqrt{x}$=2 →x=4 donc **$f^{-1}(2)=4$**
- ∀x∈]0; +∞[f’(x)=$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
- f’(4)=$\frac{1}{2\sqrt{4}}$=$\frac{1}{4}$ ≠0 :
- f^{-1} est dérivable en 2
- $(f^{-1})'(2)=\frac{1}{f'(4)}=\frac{1}{\frac{1}{4}}=4$

4) Explicitation de f^{-1}

- Généralement on exprime x en fonction de y en résolvant l'équation f(x)=y. il ne faut pas oublier de prendre en compte l'intervalle d'études aussi
- Exemple: soit $f(x)=3x^2+2$ expliciter f^{-1} sur [0;+OO[
- On pose $f(x)=y \rightarrow 3x^2+2=y \rightarrow 3x^2=y-2 \rightarrow x^2=\frac{y-2}{3}$ on a deux solutions $\begin{cases} x = \sqrt{\frac{y-2}{3}} \ ou \\ x = -\sqrt{\frac{y-2}{3}} \end{cases}$
- Or f est une bijection de [0;+OO[vers f([0;+OO[)=[2;+OO[donc $x \geq 0$ alors c'est la 1e solution qui est la bonne
- $f^{-1}(x)=\sqrt{\frac{x-2}{3}}$

5)Variations de f^{-1}

- f et f-1 ont toujours le même sens de variation. Mais pour tracer le TV de f-1 prendre en compte que f-1 est défini sur f(I)
- Exemple: soit f(x)=3x2+2 dresser le TV de f et de f-1 sur $[0;+\infty[$
- $f'(x)=6x \geq 0\ \forall x \in [0;+\infty[$
- **TV de f**

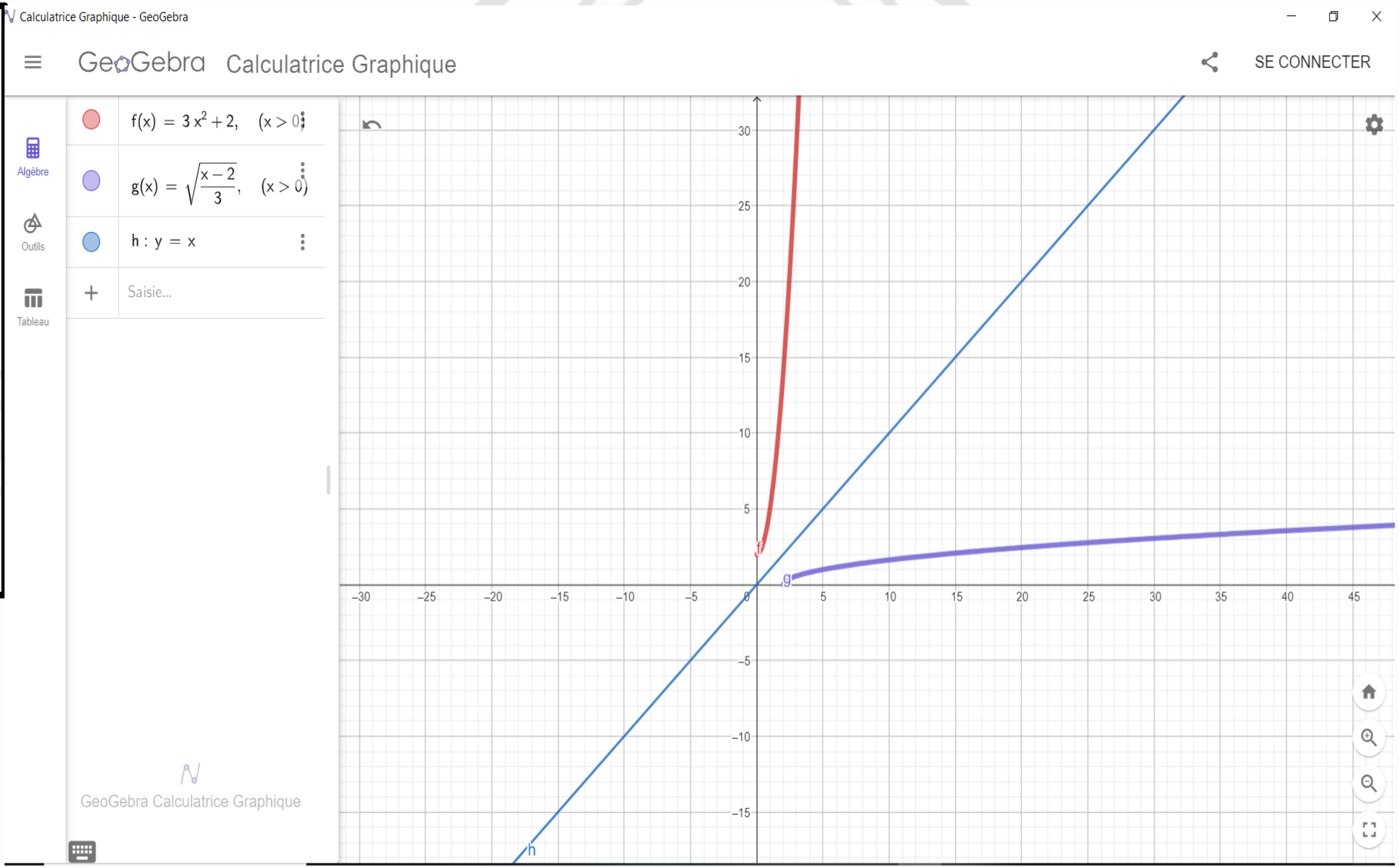
	0	$+\infty$
f'	+	
f		$+\infty$
	2	

TV de f^{-1}

	2	$+\infty$
$(f^{-1})'$	+	
f^{-1}		$+\infty$
	0	

6) Cf et Cf^{-1}

- Cf et Cf^{-1} sont symétriques par rapport à y=x (1e bissectrice)
- Pas besoin d'expliciter. On trace juste le symétrique de la courbe par rapport à y=x
- soit f(x)=3x2+2 on avait calculé $f^{-1}(x)=\sqrt{\frac{x-2}{3}}$




ELITE SCIENCE
COURS DE RENFORCEMENT
& REMISE À NIVEAU
COURS PRÉSENTIEL
COURS EN LIGNE
DE LA 6ÈME À LA TERMINALE
MATHS
PC
SVT
77 106 98 79 - 76 312 52 24
ELITE Science
MAπHS