

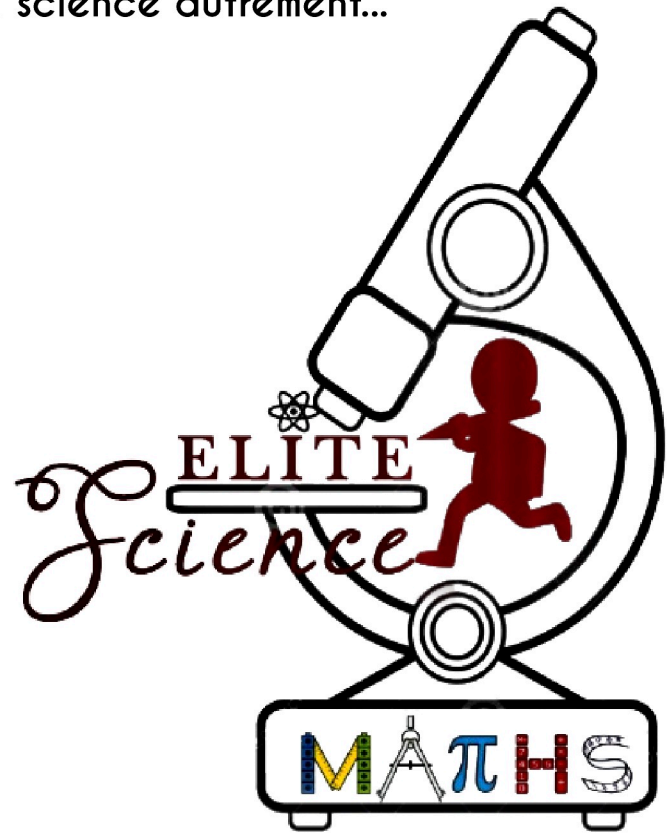
- Cours en ligne
- Cours presentiels

 **MATHS**

 **PC**

 **SVT**

La science autrement...



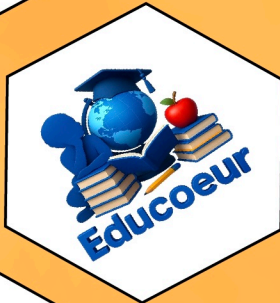
Nos programmes:

Niveaux : Moyen/Secondaire



Programme Wolof

Apprentissage avec des cours
exclusivement en Wolof



Programme Social

Prise en charge d'élèves avec
des problèmes de moyens



Tous les élèves

Renforcement de capacité
en ligne



Prépa Concours

Préparation des concours comme :
ESP - EMS - ENSA - IPSL
ISFAR ENSAE



77 106 98 79
77 575 04 18



TD FONCTION EXPONENTIELLE

EXERCICE 1 :

1) Calculer les limites suivantes :

$$f(x) = e^{x^2} \text{ et } g(x) = e^{-x^2}; x_0 = -\infty \text{ puis } x_0 = +\infty;$$

$$f(x) = e^x + x \ln|x| \text{ et } g(x) = e^x - x \ln|x|; x_0 = -\infty, \text{ puis } x_0 = 0, \text{ puis } x_0 = +\infty$$

$$f(x) = \frac{e^{2x}+1}{e^x-3} \text{ et } g(x) = \frac{e^x+1}{e^x-3}; x_0 = -\infty; x_0 = \ln 3 \text{ et } x_0 = +\infty; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{2x}$$

$$f(x) = \frac{x}{1+e^x} \text{ et } g(x) = \frac{1}{1+e^{1/x}}; x_0 = 0; 5) f(x) = \frac{e^{2x}+5}{e^x-2} \text{ et } g(x) = \ln \left| \frac{e^{2x}+5}{e^{2x}-2} \right|; x_0 = -\infty;$$

$$x_0 = \ln 3 \text{ et } x_0 = +\infty; 6) f(x) = \ln(e^{2x} + 3e^x - 2); x_0 = +\infty$$

2) Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - e^{2x}, \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4 - x)e^x, \lim_{x \rightarrow +\infty} x(e^{2x} - e^x + 1), \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}}{e^x}; \lim_{x \rightarrow +\infty} x(e^{2x} - e^x)x, \lim_{x \rightarrow -\infty} x + 1 + \frac{1}{e^{x+1}},$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2+1}, \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2-x+1}; \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - x)e^x, \lim_{x \rightarrow 0^+} x e^{\frac{1}{x}}, \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 - e^{2x}, \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{\sqrt{x+1}}, \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-e^x}{x^2+x}, \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{-x}}{x},$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x-1}{x}, \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2(e^{2x} - e^x), \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x}-1}{x}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1-e^{-x}}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x-1}{\sqrt{2x}}, \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 \right), \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(e^{\frac{1}{x^2}} - 1 \right), \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(\frac{1}{e^x} - 1 \right)}{\frac{1}{e^x} + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(e^{\frac{1}{x}} - e^{\frac{1}{x+1}} \right); \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(e^{\frac{1}{x}} - e^{\frac{1}{x+1}} \right); \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{1+e^x} - \frac{x}{2}; \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x + 1 - \sqrt{e^{2x} + e^x + 1}; \lim_{x \rightarrow -2} (x+2)e^{x+2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x-1} + \ln x - 1}{x-1}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - 1}{x}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{1 - \cos x}; \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 1)e^{\frac{1}{x^2}}; \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 \right); \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^x + x)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(e^{\frac{1}{x}} - e^{\frac{1}{x+1}} \right); \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x; \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - x)^{\frac{1}{x+1}}; \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2)^{-x^2}; \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\ln x}; \lim_{x \rightarrow 0} |x|^{\frac{1}{x}}; \lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1)^{\frac{1}{1-x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 5^{\frac{1}{x}}; \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 4x + 2} \right)^x; \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2 - \cos x}{1 - \cos x} \right)^{\sin^2 x}; \lim_{x \rightarrow 0} (2^{\sin x})^{\frac{1}{x}}; \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{x-1}}; \lim_{x \rightarrow 0^+} (e^x - 1)^x; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^{bx}}{x}$$

EXERCICE 2 :

A)

1) On définit la fonction g sur l'intervalle $]1; +\infty[$ par :

$$g(x) = 2x - (x-1) \ln(x-1).$$

a) On admet le résultat suivant : $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln(x) = 0$.

En déduire la limite de g lorsque x tend vers 1.

- b) Calculer $g'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $]1; +\infty[$.
- c) Résoudre l'inéquation : $1 - \ln(x - 1) > 0$, d'inconnue x appartenant à $]1; +\infty[$.
- d) Etudier le sens de variation de g sur l'intervalle $]1; +\infty[$.
- e) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ a une solution unique notée α , dans l'intervalle $[e + 1; e^3 + 1]$ puis étudier le signe de $g(x)$ sur l'intervalle $]1; +\infty[$.

2) Soit φ la fonction définie sur l'intervalle $]1; +\infty[$ par :

$$\varphi(x) = \frac{\ln(x^2 - 1)}{x}$$

- a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 1} \varphi(x)$ et prouver que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = 0$.
- b) Calculer $\varphi'(x)$ et montrer que $\varphi'(x)$ a le même signe que $g(x^2)$ sur $]1; +\infty[$.
- c) Montrer que φ est croissante sur l'intervalle $]1; \sqrt{\alpha}]$ et décroissante sur $[\sqrt{\alpha}; +\infty[$.

B) On définit la fonction f sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{\ln(e^{2x}-1)}{e^x}$

- 1) Vérifier que, pour tout $x \in]0; +\infty[$, $f(x) = \varphi(e^x)$.
- 2) En déduire :
 - a) La limite de f lorsque x tend vers 0 ;
 - b) La limite de f lorsque x tend vers $+\infty$;
 - c) Le sens de variation de f sur $]0; +\infty[$ et que f admet un maximum en $\ln(\sqrt{\alpha})$.
- 3) Montrer que, pour tout $x \in]0; +\infty[$, $f(x) \leq \frac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha-1}$.

4) Représenter graphiquement f dans un repère orthogonal, d'unités 5 cm en abscisse et 10 cm en ordonnée. On prendra 10 comme valeurs approchée de α .

EXERCICE 3 :

A. Soit la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = xe^{-2x} + e^{-2x} + 1 - x$.

On appelle (C) la courbe représentative de f .

- 1)
 - a) Calculer la fonction dérivée de f .
 - b) Dresser le tableau de variation de f' sur $[0; +\infty[$.
 - c) Dresser le tableau de variation de f sur $[0; +\infty[$.
 - d) Montrer que (C) admet une asymptote (D) que l'on déterminera.
 - e) Construire (C) et (D) sur un même graphique.
- 2)
 - a) Etablir que l'équation $f(x) = 0$ admet sur $[0; +\infty[$ une solution et une seule notée α .
 - b) Justifier l'encadrement : $1 \leq \alpha \leq 2$.

B. Soit la fonction g définie sur l'intervalle $J = [1 ; +\infty[$ par $g(x) = xe^{-2x} + e^{-2x} + 1$.

1) Etudier les variations de g sur J puis en déduire que pour tout $x \in J$, $g(x) \in J$.

2) Montrer que pour tout $x \in J$, on a : $|g'(x)| \leq \frac{3}{e^2}$

En déduire que pour tout $x \in J$, on a $|g(x) - \alpha| \leq \frac{3}{e^2} |x - \alpha|$.

3) Soit (U_n) la suite d'éléments de J définie par $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = g(U_n)$ pour tout entier n positif ou nul.

a) Montrer que pour tout entier n positif ou nul, on a : $|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{3}{e^2} |U_n - \alpha|$.

b) En déduire que pour tout entier n positif ou nul, on a : $|U_n - \alpha| \leq \left(\frac{3}{e^2}\right)^n$.

c) Déterminer la limite de la suite (U_n) .

d) Déterminer un entier p pour lequel on est sûr d'avoir $|U_p - \alpha| \leq 10^{-3}$. Calculer U_p à 10^{-3}

EXERCICE 4 :

Soit f l'application de $\mathbb{R} \setminus \{\ln 2\}$ dans $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = x + \frac{e^x}{2(e^x - 2)}$

1°) Etudier les limites et les variations de f .

2°) a) Déterminer l'équation de l'asymptote oblique à $(\mathcal{C}_f)$, courbe représentative de f , quand $x \rightarrow -\infty$. Préciser la position de $(\mathcal{C}_f)$ par rapport à l'asymptote.

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + \frac{1}{2})]$. En déduire l'équation de l'asymptote oblique à $(\mathcal{C}_f)$ en $+\infty$, ainsi que la position de $(\mathcal{C}_f)$ par rapport à l'asymptote.

3°) Montrer que le point I de coordonnées $(\ln 2, \ln 2 + \frac{1}{4})$ est centre de symétrie de $(\mathcal{C}_f)$.

4°) Construire $(\mathcal{C}_f)$ dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (On prendra pour unité de longueur 2 cm).

5°) a) Résoudre l'équation $f(x) = x + b$ ($b \in \mathbb{R}$) suivant les valeurs du réel b .

b) Retrouver les résultats graphiquement.

