

- Cours en ligne
- Cours presentiels

 **MATHS**

 **PC**

 **SVT**

La science autrement...



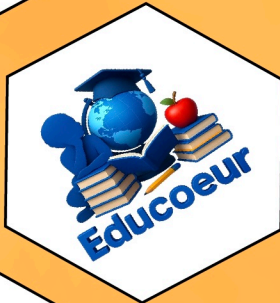
Nos programmes:

Niveaux : Moyen/Secondaire



Programme Wolof

Apprentissage avec des cours
exclusivement en Wolof



Programme Social

Prise en charge d'élèves avec
des problèmes de moyens



Tous les élèves

Renforcement de capacité
en ligne



Prépa Concours

Préparation des concours comme :
ESP - EMS - ENSA - IPSL
ISFAR ENSAE



77 106 98 79
77 575 04 18



CALCUL INTÉGRAL

EXERCICE I

Calculer les intégrales suivantes à l'aide d'une primitive :

$$\begin{array}{llll} a) \int_{\ln 2}^{\ln 3} e^{2x+1} dx & b) \int_{-3}^1 \sqrt{7-3x} dx & c) \int_{-1}^0 \frac{1}{(2x+1)^2} dx & d) \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} 2 \sin 4x dx \\ e) \int_0^2 x e^{-x^2} dx & f) \int_{-\frac{2\pi}{3}}^0 \cos^3 x \sin x dx & g) \int_1^e \frac{\ln^2(x)}{x} dx & h) \int_0^1 \frac{1+e^x}{x+e^x} dx \quad i) \int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln x} dx \end{array}$$

EXERCICE II

Déterminer les réels a , b et c tels que pour tout $u \neq \frac{1}{2}$, $\frac{u^2 - u + 1}{2u - 1} = au + b + \frac{c}{2u - 1}$
 En déduire $\int_{-\frac{1}{2}}^0 \frac{x^2 - x + 1}{2x - 1} dx$

EXERCICE III

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sin^2(x) \cos^3(x)$

- Montrer par une linéarisation que $f(x) = \frac{1}{8} \cos x - \frac{1}{16} \cos 5x - \frac{1}{16} \cos 3x$.
- En déduire la valeur de l'intégrale suivante $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} 16 \sin^2(x) \cos^3(x) dx$
- Retrouver la valeur de I sans linéarisation.

EXERCICE IV

A l'aide d'une intégration par parties, calculer les intégrales suivantes:

$$\begin{array}{llll} a) \int_{-1}^1 (x+1)e^{-2x} dx & b) \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx & c) \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (2x-1) \sin x dx & d) \int_1^2 x^2 \ln \left(1 + \frac{1}{x^2}\right) dx \end{array}$$

EXERCICE V

Soit a un réel strictement positif : On pose $I(a) = \int_1^a \frac{\ln(x+1)}{x^2} dx$

- En remarquant que, pour tout $x > 0$, $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$, calculer $I(a)$ à l'aide d'une intégration par parties
- Calculer $\lim_{a \rightarrow +\infty} I(a)$ et $\lim_{a \rightarrow 0} I(a)$.

EXERCICE VI

- Démontrer que pour tout réel x on a : $\frac{e^{2x}}{1+e^x} = e^x - \frac{e^x}{1+e^x}$.
- En déduire le calcul de l'intégrale $I = \int_0^1 \frac{e^{2x}}{1+e^x} dx$.
- On pose $J = \int_0^1 e^x \ln(1+e^x) dx$. En intégrant par parties, calculer J .

EXERCICE V II

Soit la fonction f définie sur $]1, +\infty[$ par $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$

1. Calculer la fonction dérivée de f puis l'intégrale $I = \int_{\sqrt{2}}^2 \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}} dx$

2. Soit $J = \int_{\sqrt{2}}^2 \sqrt{x^2 - 1} dx$.

Calculer $I + J$ en fonction de J à l'aide d'une intégration par parties.

3. En déduire la valeur de J .

EXERCICE V III

On considère l'intégrale $I_n = \int_0^1 t^n e^{2t} dt$ où $n \in \mathbb{N}^*$

1. Calculer I_1 en utilisant une intégration par parties.

2. En utilisant une intégration par parties, trouver une relation entre I_{n+1} et I_n .

3. En déduire I_2 et I_3

4. Utiliser les résultats précédents pour calculer l'intégrale $J = \int_0^1 (t^3 + 3t^2 + 2t)e^{2t} dt$

EXERCICE IX

Soit l'intégrale $K = \int_0^\pi e^x \cos 2x dx$

1. A l'aide de deux intégrations par parties successives, montrer que $K = \frac{e^\pi - 1}{5}$

2. On pose $I = \int_0^\pi e^x \cos^2 x dx$ et $J = \int_0^\pi e^x \sin^2 x dx$. Calculer $I + J$ et $I - J$

3. En déduire I et J .

EXERCICE X

On considère la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = x - 1 + e^{-x}$.

1. Établir les tableau de variation de f .

2. Tracer la courbe représentative C de f dans un repère orthonormal d'unité 2 cm..

3. Soit un réel α supérieur à 1 et $A(\alpha)$ l'aire de la partie du plan délimitée par les droites d'équations $x = 1$; $x = \alpha$; $y = x - 1$ et la courbe C .

(a) Calculer en cm^2 , l'aire $A(\alpha)$ en fonction de α .

(b) Calculer $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} A(\alpha)$.

4. On considère Σ , la portion du plan comprise entre les droites d'équations $x = 0$; $x = 1$; l'axe des abscisses et la courbe C . On note V le volume engendré par la rotation complète de Σ autour de l'axe des abscisses.

(a) Calculer en intégrant par partie $I = \int_0^1 (x - 1)e^{-x} dx$.

(b) Calculer V en cm^3 .